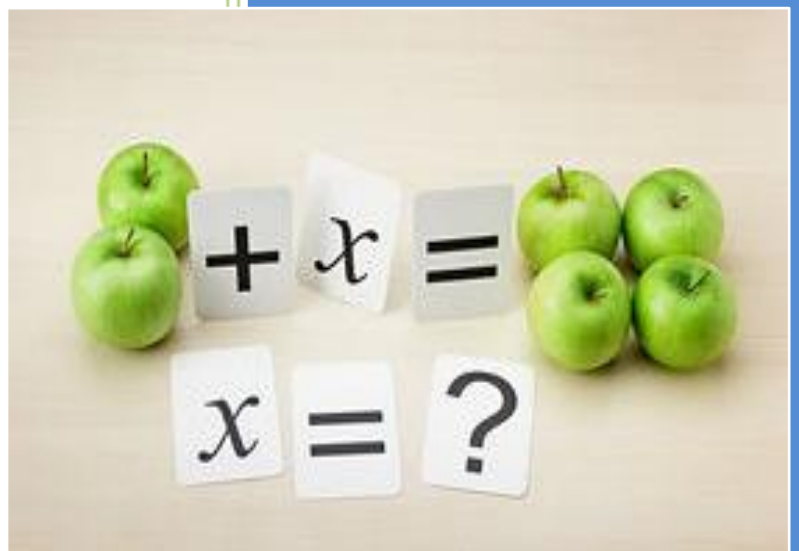


Matemática para o Ensino Fundamental



Matemática

A palavra Matemática tem origem grega e significa “aquilo que se pode aprender”. Essa ciência estuda quantidade e formas e possui uma linguagem própria para representação.

A história da Matemática remete à história da própria humanidade. Isso porque os registros mais antigos encontrados sobre essa ciência datam de 2400 a.C. Podemos considerar que ela é uma ciência exata que foi desenvolvida para solucionar problemas relacionados com o cotidiano.

Vários estudiosos e cientistas contribuíram para o progresso da Matemática.

Adição é uma das operações básicas da aritmética. Na sua forma mais simples, a adição combina dois números em um único número, denominado soma, total ou resultado. Adicionar mais números corresponde a repetir a operação. Por extensão, a adição de zero, um ou uma quantidade infinita de números pode ser definida.

Pode também ser uma operação geométrica: a partir de dois segmentos de reta dados é possível determinar um terceiro segmento cujo comprimento seja igual à soma dos dois iniciais.

Propriedades importantes

Comutativa: A ordem das parcelas não altera o resultado da operação. Assim, se $2 + 3 = 5$, então $3 + 2 = 5$.

Associativa: O agrupamento das parcelas não altera o resultado. Assim, se $(2 + 3) + 1 = 6$, então $2 + (3 + 1) = 6$.

Distributiva: A ordem em que as operações são efetuadas, podem ser trocadas.

Elemento neutro: A parcela 0 (zero) não altera o resultado das demais parcelas. O zero é denominado como o "elemento neutro" da adição. Assim, se $2 + 3 = 5$, então $2 + 3 + 0 = 5$.

Fechamento: A soma de dois números reais será sempre um número real.

O conjunto dos números reais $\{R\}$ é uma expansão do conjunto dos números racionais que engloba não só os inteiros e os fracionários, positivos e negativos, mas também todos os números irracionais.

Os números reais são números usados para representar uma quantidade contínua (incluindo o zero, os positivos e os negativos). Pode-se pensar num número real como uma fração decimal possivelmente infinita, como 3,141592(...). Os números reais têm uma correspondência biunívoca com os pontos de uma reta.

Um Número Real é um valor que representa uma quantidade ao longo de uma linha contínua, incluindo tanto os Números Racionais quanto os Números Irracionais. Os números reais são pontos sobre uma linha reta infinita, chamada de Reta Numérica ou Reta Real, onde os pontos correspondentes aos Números Inteiros são igualmente espaçados.

Os números reais são incontáveis, isto é, enquanto que o conjunto de todos os Números Naturais e o conjunto de todos os Números Reais são conjuntos infinitos, não é possível haver função de um-para-um entre eles. A cardinalidade do conjunto de todos os Números Reais é infinitamente maior do que a cardinalidade do conjunto de todos os Números Naturais.

Denomina-se corpo dos números reais a coleção dos elementos pertencentes à conclusão dos racionais, formado pelo corpo de frações associado aos inteiros números racionais, a coleção de elementos dos números irracionais e a norma associada ao infinito.

Existem também outras conclusões dos racionais, uma para cada número primo p , chamadas números p -ádicos. O corpo dos números p -ádicos é formado pelos racionais e a norma associada.

A adição é uma das quatro operações fundamentais da aritmética. Consiste em adicionar dois ou mais números naturais, conhecido como parcelas, que produz em todos os casos um único resultado que chamamos de soma ou total.

A adição é conhecida popularmente como soma. O ato de somar alguma coisa ocorre frequentemente no nosso cotidiano, como, por exemplo, somar o troco que recebemos de uma compra para confirmar se está correto.

O sinal indicativo é o sinal mais (+). Esse é o operador aritmético da adição.

Na adição os números antes do sinal de igual são chamados de parcelas, enquanto que o número depois da igualdade é a soma ou o total da adição.

Exemplo: $5 + 2 = 7$

O número 5 e 2 no exemplo acima são chamados de parcelas, o sinal de mais (+) de adição e o número 7 de soma ou total.

Propriedades da adição

A adição possui algumas propriedades que devemos ficar atento, porém é de fácil entendimento. Veja abaixo:

Elemento neutro da adição

Na adição o zero é considerado neutro, ou seja, não tem efeito na soma. Portanto, o resultado de um número n somado com zero é o próprio número n .

Exemplo: $5 + 0 = 5$

Comutatividade

Você já deve ter ouvido falar que a mudança das parcelas não altera o resultado da soma. Isso é verdade, veja:

Exemplo: $5 + 2 = 7$ e $2 + 5 = 7$

Independente da forma que são somados os números acima, o resultado é o mesmo.

Subtração é uma operação matemática que indica quanto é um valor numérico (minuendo) se dele for removido outro valor numérico (subtraendo).

Uma subtração é representada por: $a - b = c$

a é o minuendo, b é o subtraendo e c é a diferença ou resto.

A subtração é o mesmo que a adição por um número de sinal inverso.

É, portanto, a operação inversa da adição.

Propriedades importantes

Fechamento: A diferença de dois números reais será sempre um número real.

Elemento neutro: Na subtração não existe um elemento neutro n tal que, qualquer que seja o real " a ", $a - n = n - a = a$.

Fração

O símbolo $\frac{a}{b}$ significa $a:b$, sendo a e b números naturais e b diferente de zero.

Chamamos:

$\frac{a}{b}$ de fração;

a de numerador;
 b de denominador.

Se a é múltiplo de b , então $\frac{a}{b}$ é um número natural. Veja um exemplo:

A fração $\frac{8}{2}$ é igual a $8:2$. Neste caso, 8 é o numerador e 2 é o denominador.

Efetuada a divisão de 8 por 2 , obtemos o quociente 4 . Assim, $\frac{8}{2}$ é um número natural e 8 é múltiplo de 2 .

Durante muito tempo, os números naturais foram os únicos conhecidos e usados pelos homens. Depois começaram a surgir questões que não poderiam ser resolvidas com números naturais. Então surgiu o conceito de número fracionário.

Adição e subtração de números fracionários

Temos que analisar dois casos:

1º) denominadores iguais

Para somar frações com denominadores iguais, basta somar os numeradores e conservar o denominador.

- Para subtrair frações com denominadores iguais, basta subtrair os numeradores e conservar o denominador.

Observe os exemplos:

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

2º) denominadores diferentes

Para somar frações com denominadores diferentes, uma solução é obter frações equivalentes, de denominadores iguais ao mmc dos denominadores

das frações. Exemplo: somar as frações $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{2}$.

Obtendo o mmc dos denominadores temos $\text{mmc}(5,2) = 10$.

$$\frac{4}{5} = \frac{?}{10} \quad (10:5) \cdot 4 = 8 \qquad \frac{5}{2} = \frac{?}{10} \quad (10:2) \cdot 5 = 25$$

$$\frac{8}{10} + \frac{25}{10} = \frac{33}{10}$$

Resumindo: utilizamos o mmc para obter as frações equivalentes e depois somamos normalmente as frações, que já terão o mesmo denominador

Números Primos

Números primos são os números naturais que têm apenas dois divisores diferentes: o 1 e ele mesmo.

Exemplos:

- 1) 2 tem apenas os divisores 1 e 2, portanto 2 é um número primo.
- 2) 17 tem apenas os divisores 1 e 17, portanto 17 é um número primo.
- 3) 10 tem os divisores 1, 2, 5 e 10, portanto 10 não é um número primo.

1 não é um número primo, porque ele tem apenas um divisor que é ele mesmo.
2 é o único número primo que é par.

Os números que têm mais de dois divisores são chamados números compostos.

Exemplo: 15 tem mais de dois divisores => 15 é um número composto.

Reconhecimento de um número primo

Para saber se um número é primo, dividimos esse número pelos números primos 2, 3, 5, 7, 11, etc, até que tenhamos:

- ou uma divisão com resto zero (e neste caso o número não é primo),
- ou uma divisão com quociente menor que o divisor e o resto diferente de zero. Neste caso o número é primo.

Divisibilidade por 2

Um número natural é divisível por 2 quando ele termina em 0, ou 2, ou 4, ou 6, ou 8, ou seja, quando ele é par.

Exemplos:

1) 5040 é divisível por 2, pois termina em 0.

2) 237 não é divisível por 2, pois não é um número par.

Divisibilidade por 3

Um número é divisível por 3 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 3.

Exemplo:

234 é divisível por 3, pois a soma de seus algarismos é igual a $2+3+4=9$, e como 9 é divisível por 3, então 234 é divisível por 3.

Divisibilidade por 4

Um número é divisível por 4 quando termina em 00 ou quando o número formado pelos dois últimos algarismos da direita for divisível por 4.

Exemplo:

1800 é divisível por 4, pois termina em 00.

4116 é divisível por 4, pois 16 é divisível por 4.

1324 é divisível por 4, pois 24 é divisível por 4.

3850 não é divisível por 4, pois não termina em 00 e 50 não é divisível por 4.

Divisibilidade por 5

Um número natural é divisível por 5 quando ele termina em 0 ou 5.

Exemplos:

1) 55 é divisível por 5, pois termina em 5.

2) 90 é divisível por 5, pois termina em 0.

3) 87 não é divisível por 5, pois não termina em 0 nem em 5.

Divisibilidade por 6

Um número é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3.

Exemplos:

1) 312 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma: 6).

2) 5214 é divisível por 6, porque é divisível por 2 (par) e por 3 (soma: 12).

3) 716 não é divisível por 6, (é divisível por 2, mas não é divisível por 3).

4) 3405 não é divisível por 6 (é divisível por 3, mas não é divisível por 2).

Divisibilidade por 8

Um número é divisível por 8 quando termina em 000, ou quando o número formado pelos três últimos algarismos da direita for divisível por 8.

Exemplos:

1) 7000 é divisível por 8, pois termina em 000.

2) 56104 é divisível por 8, pois 104 é divisível por 8.

3) 61112 é divisível por 8, pois 112 é divisível por 8.

4) 78164 não é divisível por 8, pois 164 não é divisível por 8.

Divisibilidade por 9

Um número é divisível por 9 quando a soma dos valores absolutos dos seus algarismos for divisível por 9.

Exemplo:

2871 é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos é igual a $2+8+7+1=18$, e como 18 é divisível por 9, então 2871 é divisível por 9.

Divisibilidade por 10

Um número natural é divisível por 10 quando ele termina em 0.

Exemplos:

1) 4150 é divisível por 10, pois termina em 0.

2) 2106 não é divisível por 10, pois não termina em 0.

Equações do 1º grau

Equação é toda sentença matemática aberta que exprime uma relação de igualdade. A palavra equação tem o prefixo equa, que em latim quer dizer "igual". Exemplos:

$$2x + 8 = 0$$

$$5x - 4 = 6x + 8$$

$$3a - b - c = 0$$

Não são equações:

$$4 + 8 = 7 + 5 \quad (\text{Não é uma sentença aberta})$$

$$x - 5 < 3 \quad (\text{Não é igualdade})$$

$$5 \neq -2 \quad (\text{não é sentença aberta, nem igualdade})$$

A equação geral do primeiro grau:

$$ax + b = 0$$

onde a e b são números conhecidos e a diferente de 0, se resolve de maneira simples: subtraindo b dos dois lados, obtemos:

$$ax = -b$$

dividindo agora por a (dos dois lados), temos:

$$x = -\frac{b}{a}$$

Por exemplo, considere a equação $2x - 8 = 3x - 10$.

A letra é a incógnita da equação. A palavra incógnita significa "desconhecida". Na equação acima, a incógnita é x; tudo que antecede o sinal da igualdade denomina-se 1º membro, e o que sucede, 2º membro.

$$\underbrace{2x - 8}_{1^\circ \text{Membro.}} = \underbrace{3x - 10}_{2^\circ \text{Membro.}}$$

Qualquer parcela, do 1º ou do 2º membro, é um termo da equação.

$$\boxed{2x} - \boxed{8} = \boxed{3x} - \boxed{10}$$

Termos da equação

Equação do 1º grau na incógnita x é toda equação que pode ser escrita na forma $ax=b$, sendo a e b números racionais, com a diferente de zero.

Máximo divisor comum (M.D.C.)

Dois números naturais sempre têm divisores comuns. Por exemplo: os divisores comuns de 12 e 18 são 1,2,3 e 6. Dentre eles, 6 é o maior. Então chamamos o 6 de máximo divisor comum de 12 e 18 e indicamos $m.d.c.(12,18) = 6$.

O maior divisor comum de dois ou mais números é chamado de máximo divisor comum desses números. Usamos a abreviação $m.d.c.$

Alguns exemplos:

$$mdc(6,12) = 6$$

$$mdc(12,20) = 4$$

$$mdc(20,24) = 4$$

$$mdc(12,20,24) = 4$$

$$mdc(6,12,15) = 3$$

Cálculo do M.D.C.

Um modo de calcular o $m.d.c.$ de dois ou mais números é utilizar a decomposição desses números em fatores primos.

1) decompomos os números em fatores primos;

2) o m.d.c. é o produto dos fatores primos comuns.

Acompanhe o cálculo do m.d.c. entre 36 e 90:

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

O m.d.c. é o produto dos fatores primos comuns $\Rightarrow$ $\text{m.d.c.}(36,90) = 2 \times 3 \times 3$
Portanto $\text{m.d.c.}(36,90) = 18$.

Escrevendo a fatoração do número na forma de potência temos:

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

$$90 = 2 \times 3^2 \times 5$$

$$\text{Portanto } \text{m.d.c.}(36,90) = 2 \times 3^2 = 18.$$

O m.d.c. de dois ou mais números, quando fatorados, é o produto dos fatores comuns a eles, cada um elevado ao menor expoente.

Cálculo do M.D.C. pelo processo das divisões sucessivas

Nesse processo efetuamos várias divisões até chegar a uma divisão exata. O divisor desta divisão é o m.d.c. Acompanhe o cálculo do m.d.c.(48,30).

Regra prática:

1º) dividimos o número maior pelo número menor;
 $48 / 30 = 1$ (com resto 18)

2º) dividimos o divisor 30, que é divisor da divisão anterior, por 18, que é o resto da divisão anterior, e assim sucessivamente;

$$30 / 18 = 1 \text{ (com resto 12)}$$

$$18 / 12 = 1 \text{ (com resto 6)}$$

$$12 / 6 = 2 \text{ (com resto zero - divisão exata)}$$

3º) O divisor da divisão exata é 6. Então $\text{m.d.c.}(48,30) = 6$.

Números primos entre si

Dois ou mais números são primos entre si quando o máximo divisor comum desses números é 1.

Exemplos:

Os números 35 e 24 são números primos entre si, pois $\text{mdc}(35,24) = 1$.

Os números 35 e 21 não são números primos entre si, pois $\text{mdc}(35,21) = 7$.

Propriedade do M.D.C.

Dentre os números 6, 18 e 30, o número 6 é divisor dos outros dois. Neste caso, 6 é o $\text{m.d.c.}(6,18,30)$. Observe:

$$6 = 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3^2$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{Portanto } \text{m.d.c.}(6,18,30) = 6$$

Dados dois ou mais números, se um deles é divisor de todos os outros, então ele é o m.d.c. dos números dados.

Mínimo múltiplo comum (M.M.C.)

Como 24 é divisível por 3, dizemos que 24 é múltiplo de 3.

24 também é múltiplo de 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 24.

Se um número é divisível por outro, diferente de zero, então dizemos que ele é múltiplo desse outro.

Os múltiplos de um número são calculados multiplicando-se esse número pelos números naturais.

Exemplo: os múltiplos de 7 são:

$$7 \times 0, 7 \times 1, 7 \times 2, 7 \times 3, 7 \times 4, \dots = 0, 7, 14, 21, 28, \dots$$

Observações importantes:

- 1) Um número tem infinitos múltiplos
- 2) Zero é múltiplo de qualquer número natural

O que é M.M.C.?

Dois ou mais números sempre têm múltiplos comuns a eles. Vamos achar os múltiplos comuns de 4 e 6:

Múltiplos de 6: 0, 6, 12, 18, 24, 30,...

Múltiplos de 4: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24,...

Múltiplos comuns de 4 e 6: 0, 12, 24,...

Dentre estes múltiplos, diferentes de zero, 12 é o menor deles. Chamamos o 12 de mínimo múltiplo comum de 4 e 6.

O menor múltiplo comum de dois ou mais números, diferente de zero, é chamado de mínimo múltiplo comum desses números. Usamos a abreviação m.m.c.

Cálculo do M.M.C.

Podemos calcular o m.m.c. de dois ou mais números utilizando a fatoração. Acompanhe o cálculo do m.m.c. de 12 e 30:

1º) decompomos os números em fatores primos

2º) o m.m.c. é o produto dos fatores primos comuns e não-comuns:

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{m.m.c (12,30)} = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

Escrevendo a fatoração dos números na forma de potência, temos:

$$12 = 2^2 \times 3$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$\text{m.m.c}(12,30) = 2^2 \times 3 \times 5$$

O m.m.c. de dois ou mais números, quando fatorados, é o produto dos fatores comuns e não-comuns a eles, cada um elevado ao maior expoente.

Processo da decomposição simultânea

Neste processo, decompomos todos os números ao mesmo tempo, em um dispositivo como mostra a figura ao lado. O produto dos fatores primos que obtemos nessa decomposição é o m.m.c. desses números. A seguir vemos o cálculo do m.m.c.(15,24,60).

15, 24, 60	2
15, 12, 30	2
15, 6, 15	2
15, 3, 15	3
5, 1, 5	5
1, 1, 1	

Portanto, $\text{m.m.c.}(15,24,60) = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 120$

Propriedade do M.M.C.

Entre os números 3, 6 e 30, o número 30 é múltiplo dos outros dois. Neste caso, 30 é o m.m.c.(3,6,30). Observe:

3, 6, 30	2
3, 3, 15	3
1, 1, 5	5
1, 1, 1	

$$\text{m.m.c.}(3,6,30) = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

Dados dois ou mais números, se um deles é múltiplo de todos os outros, então ele é o m.m.c. dos números dados.

Considere os números 4 e 15, que são primos entre si. O m.m.c.(4,15) é igual a 60, que é o produto de 4 por 15. Observe:

$$\begin{array}{r|l} 4, 15 & 2 \\ 2, 15 & 2 \\ 1, 15 & 3 \\ 1, 5 & 5 \\ 1, 1 & \end{array}$$

$$\text{m.m.c.}(4,15) = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

Dados dois números primos entre si, o m.m.c. deles é o produto desses números.

Inequações do 1º grau

As inequações do 1º grau com uma variável podem ser escritas em uma das seguintes formas:

$$ax + b > 0$$

$$ax + b < 0$$

$$ax + b \geq 0$$

$$ax + b \leq 0$$

com a e b reais ($a \neq 0$).

Exemplos:

$$2x - 7 \geq 0$$

$$\frac{3x}{5} + \frac{7}{2} < 0$$

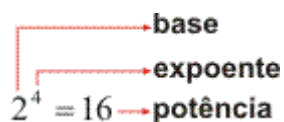
$$2x - \frac{1}{2} \leq 0$$

Potenciação

Seja a multiplicação $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, onde todos os fatores são iguais. Podemos indicar este produto de modo abreviado:

$$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 24 = 16$$

Denominamos:



$$2^4 = 16$$

base
expoente
potência

Base: o número que se repete.

Expoente: o número de fatores iguais.

Potência: o resultado da operação.

A operação efetuada é denominada potenciação.

Exemplos:

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

$$4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$$

Leitura

Observe alguns exemplos:

3^2 (lê-se “três elevado ao quadrado ou o quadrado de três”)

2^3 (lê-se “dois elevado ao cubo ou o cubo de dois”)

7^4 (lê-se “sete elevado à quarta potência ou a quarta potência de sete”)

6^5 (lê-se “seis elevado à quinta potência ou a quinta potência de seis”)

Observação:

Um número natural é um quadrado perfeito quando é o produto de dois fatores iguais. Por exemplo, os números 4, 36 e 100 são quadrados perfeitos, pois $2^2 = 4$, $6^2 = 36$ e $10^2 = 100$.

Radiciação

Já sabemos que $6^2 = 36$. Aprenderemos agora a operação que nos permite determinar qual o número que elevado ao quadrado equivale a 36.

$\sqrt[2]{36} = 6$, pois 6 elevado ao quadrado é 36.

Essa operação é a inversa da potenciação e denomina-se radiciação.

Outros exemplos:

$\sqrt[3]{8} = 2$, pois $2^3 = 8$.

$\sqrt[4]{256} = 4$, pois $4^4 = 256$.

Sendo assim:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Notação

$$\sqrt[n]{a} = b$$

índice
raiz
radicando

Leitura

$\sqrt{81}$ (lê-se “raiz quadrada de 81”)

$\sqrt[3]{64}$ (lê-se “raiz cúbica de 64”)

$\sqrt[4]{16}$ (lê-se “raiz quarta de 16”)

Observação:

Na indicação de raiz quadrada, podemos omitir o índice 2. Por exemplo, $\sqrt[2]{81} = \sqrt{81}$.

Matemática - Ensino Fundamental

A educação básica é dividida em:

Educação infantil

Ensino fundamental I (Anos Iniciais)

Ensino fundamental II (Anos Finais)

Ensino médio.

O Ensino Fundamental I (Anos Iniciais) é composto do 1º ano ao 5º ano.

Na matemática os conjuntos que representam a classe dos números são representados por 5 (cinco) grandes conjuntos:

O conjunto dos números reais, representado pela letra R, e contém todos os outros conjuntos;

O conjunto dos números irracionais, representado pela letra I, está contido no conjunto R;

O conjunto dos números racionais, representado pela letra Q, também está contido no conjunto dos números reais;

O conjunto dos números inteiros, representado pela letra Z, e está contido no conjunto Q e o conjunto R;

E, por fim, o conjunto dos números naturais, representado pela letra N, que, por sua vez, está contido nos conjuntos Z, Q, e R.

Podemos dizer também que o conjunto dos números naturais N é subconjunto de Z, sendo Z subconjunto de Q que é subconjunto de R, logo N é subconjunto de Z, de Q, e de R.

Essa analogia é válida para Z que é subconjunto de Q sendo Q subconjunto de R, logo Z é subconjunto de R. Apenas o conjunto dos números irracionais I é subconjunto, apenas, de R.

Um conjunto é subconjunto de outro quando seus elementos são também elementos deste outro conjunto, ou seja, quando todos os elementos de um pertence ao outro. Por exemplo, os elementos de N também são elementos de Z, de Q e de R.

Conjunto dos números naturais (N)

O conjunto dos números naturais é representado pela letra N, contendo os números positivos incluindo o 0 (zero).

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

É um conjunto infinito, não dá para representar todos os números, assim a reticência (...) indica que é um conjunto infinito. Também pode ser representado da seguinte forma:

Subconjuntos dos números naturais

Temos alguns conjuntos derivados do conjunto dos números naturais, são eles:

$N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$; conjuntos dos números naturais não-nulos, ou seja, sem o zero.

$N_p = \{0, 2, 4, 6, 8, \dots\}$; conjunto dos números naturais pares.

$N_i = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$; conjunto dos números naturais ímpares.

$P = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$; conjunto dos números naturais primos.

Todos esses conjuntos estão contidos no conjunto dos números naturais, e portanto são subconjuntos dele.

Conjunto dos números inteiros (Z)

O conjunto dos números inteiros é representado pela letra Z, contendo todos os números naturais e os números negativos, que são os números opostos aos positivos.

$Z = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

Também é um conjunto infinito nas duas extremidades.

Subconjunto dos números inteiros

$Z^* = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$; conjunto dos números inteiros que não contem o zero, não-nulos.

$Z^+ = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$; conjunto dos números inteiros positivos, isto é, sem os números negativos.

$Z^{*+} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$; conjuntos dos números inteiros positivos e sem o zero.

$Z^- = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0\}$; conjunto dos números inteiros negativos.

$Z^{-} = \{\dots, -5, -4, -3, -2, -1\}$; conjuntos dos números inteiros negativos e sem o zero.

Conjuntos dos números racionais (Q)

O conjunto dos números racionais é representados pela letra Q, contendo os números inteiros, forma decimal exata, os números na forma periódica ou na forma de fração.

$$Q = \{ \dots, -\frac{4}{5}, -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{4}, \dots \}$$

É um conjunto infinito também.

Números decimais na forma exata: Ex. {2,2; 5,432; 23,00009}

Números decimais na forma periódica: Ex. {3,2222...; 12,11111...; 40,12121212...}

Subconjunto dos números racionais (Q)

Q* conjuntos dos números racionais sem o zero.

Q+ conjuntos dos números racionais positivos.

Q*+ conjuntos dos números racionais positivos e sem o zero.

Q- conjuntos dos números racionais negativos.

Q*- conjuntos dos números racionais negativos e sem o zero.

Conjuntos dos números irracionais (I)

O conjunto dos números irracionais é representado pela letra I, contendo todos os números decimais não exatos e não periódicos.

Exemplos: 4,21315... ou 5,122030...

$$I = \{ \dots, -\sqrt{\frac{3}{2}}, -\sqrt{3}, \pi, \frac{\pi}{2}, \dots \}$$

É um conjunto infinito.

Conjuntos dos números reais (R)

O conjunto dos números reais é representado pela letra R, contendo todos os conjuntos anteriormente citados. Assim, R é a união dos conjuntos N, Z, Q e I.

Subconjunto dos números reais

R^* conjunto dos números reais sem o zero.

R^+ conjunto dos números reais positivos.

R^{*+} conjunto dos números reais e sem o zero.

R^- conjunto dos números reais negativos.

R^{*-} conjunto dos números reais negativos e sem o zero.

Intervalos numéricos

Uma maneira de apresentar conjuntos na matemática é através dos intervalos numéricos. É importante lembrar que só é possível apresentar intervalos numéricos para os conjuntos e subconjuntos do conjunto dos números reais. Veja a seguir os tipos de intervalos:

Intervalos com extremos abertos

$$]a,b[= \{x \in R \mid a < x < b\}$$



Intervalos com extremos fechados

$$[a,b] = \{x \in R \mid a \leq x \leq b\}$$



Intervalos aberto à direita e fechado à esquerda

$$[a,b[= \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$$



Intervalos aberto à esquerda e fechado à direita

$$]a,b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$$



Como aprender matemática?

Devemos ter em mente que a matemática surgiu da necessidade do ser humano em interpretar e representar os fenômenos da natureza. Ou seja, a matemática nada mais é do que uma interpretação da natureza, por isso dizemos que a matemática está em todos os lugares. Se você domina os conhecimentos matemático você estará em harmonia com a natureza e poderá se antecipar e solucionar problemas com maior facilidade.

Local de estudos

Escolha um lugar da sua casa para ser o seu ambiente de estudos. Leve em consideração que este local deve preferencialmente:

Ser silencioso, que não possua distrações como televisão, telefone, etc;

Ter boa iluminação e ventilação;

Possuir uma mesa de estudos e cadeira confortável;

Tenha à disposição água, uma fruta ou alimento saudável.

Matemática do 1º ao 9º ano

A Importância do Lúdico no Ensino da Matemática O ensino da Matemática muitas vezes está centrado na transmissão de conteúdos, aulas expositivas e resolução de lista de exercícios, de forma mecânica, sem nenhum sentido para o aluno. Para que a prática pedagógica se torne mais atrativa e significativa é importante que o professor atue como articulador no processo ensino/aprendizagem fazendo uso de metodologias que venham de encontro às necessidades atuais da Educação. O ensino da Matemática deve possibilitar ao aluno reflexões quanto à aplicação dos conteúdos em seu cotidiano de forma prática e adequada.

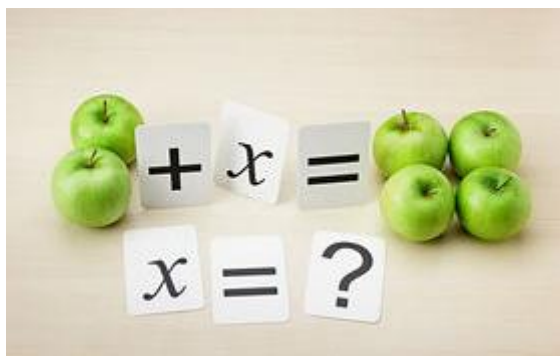
A criança e o adolescente que brinca ou joga, desenvolve sua capacidade de questionar, buscar soluções, avaliar atitudes, resolver situações problemas com mais facilidade, além de desenvolver funções psicossociais, afetivas e intelectuais básicas em seu desenvolvimento. O jogo também desenvolve a imaginação, contribuindo para o desenvolvimento da abstração.

Ao optar pelo jogo como estratégia de ensino o professor deve intencionar a proporcionalidade educativa. Ao fazer isto, ter como propósito o ensino de um conteúdo ou de uma habilidade. Dessa forma, o jogo escolhido deverá permitir o cumprimento destes objetivos. O jogo para ensinar Matemática, deve cumprir o papel auxiliar no ensino do conteúdo, propiciar a aquisição de habilidades, favorecer o desenvolvimento cognitivo, estar perfeitamente localizado no processo que leva a criança do conhecimento básico, para o conhecimento elaborado. A utilização do jogo como estratégia de ensino nas aulas de Matemática traz implicações bem amplas. Em primeiro lugar, por ser uma atividade livre e espontânea implica possibilidades à criança ou adolescente de revelar o seu próprio ser e exibir comportamentos sociais, cognitivos e afetivos, próprios da sua cultura. Também a interação professor/aluno é alterada quando se utiliza jogos em sala de aula e isto ocorre, principalmente, porque o professor perde seu papel de detentor do saber, e passa a mediador, oportunizando a compreensão de que não existe verdade pronta.

O jogo também proporciona um ambiente favorável à motivação do aluno, não apenas pelos objetos que o constituem, mas pelos desafios das regras impostas por uma situação imaginária. Em seu aspecto pedagógico, se apresenta produtivo ao professor que busca nele um aspecto instrumentador e facilitador da aprendizagem do aluno.

Os jogos podem ser incluídos e adaptados a qualquer proposta pedagógica, podendo servir tanto para promover a criatividade e o pensamento reflexivo do aluno, quanto para reforçar atividades e conteúdos. Faz-se importante resgatar, da própria história da Matemática determinados enigmas, desafios e jogos para explorá-los dentro do ensino. Tais atividades enfatizam a elaboração de estratégias e procuram mostrar que os jogos podem contribuir para a compreensão de importantes conceitos e métodos matemáticos, considerando

sempre os interesses e especificidades do grupo de alunos, o desenvolvimento do raciocínio lógico-matemático e o ensino de determinados conceitos. É função da escola ensinar o aluno a gostar de aprender, a transformar informação em conhecimento, ensinar a escolher e a organizar-se, ensinar ter capacidade de concentração, integridade social e equilíbrio emocional, além de adquirir novos conhecimentos e mudar atitudes. Para isto o professor deve também estar disposto a aprender, pesquisar e buscar novas metodologias que aproximem o conhecimento e as informações, despertando o interesse e motivando o aluno para a aprendizagem.



Números Primos

Números primos são números maiores que 1 (um) e que são divisíveis somente pelo número natural 1 (um) e por ele mesmo.

Considerando um exemplo de número primo, podemos citar, por exemplo, 5 (cinco) maçãs, vamos tentar dividir estas maçãs para duas pessoas de forma que as duas pessoas fiquem com a quantidade exata de maçãs.

Como 5 (cinco) é um número primo, dessa forma não existe a possibilidade de divisão exata das maçãs, uma pessoa ficará com uma a mais. Estamos considerando números inteiros. Você pode está pensando em dividir uma maçã ao meio ou em frações. Os números primos são números inteiros.

Portanto, só existe uma possibilidade de termos uma divisão exata com números primos que é uma pessoa ficar com todas as maçãs.

O termo primo se refere a primeiro. Todos os números primos são ímpares com exceção do número 2 (dois) que é par e, portanto, é o único número par do conjunto dos números primos. O número 1 (um) não pertence ao conjunto dos números primos pois ele não tem dois divisores. Somente é divisível por ele mesmo.

Os números que são divisíveis por vários números são chamados de números compostos.

Exemplos de números primos

2 é um número primo pois só é divisível por 1 e por ele mesmo.

17 é um número primo pois também só é divisível por 1 e por ele mesmo.

20 não é um número primo pois é divisível por 1, 2, 4, 5, 10 e 20. É um número composto.

Identificando números primos

Identificar se um número primo é bastante fácil, basta dividir o número em questão. Para agilizar essa divisão, pode-se utilizar os critérios de divisibilidade só que com números primos.

Ao fazer a divisão, um número é primo se: o resto da divisão for diferente de zero e o quociente for menor que o divisor.

Exemplo:

Números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ...

Considere o número primo: 31

Usando os critérios de divisibilidade:

31 não é divisível por 2, pois não é um número par.

31 não é divisível por 3 pois a soma dos seus algarismos é 4 e 4 não é divisível por 3.

31 não é divisível por 5 pois não termina em 0 e nem em 5.

31 não é divisível por 11 pois a soma dos seus algarismos de ordem ímpar não é divisível por 11, não existem números pares em 31.

Portanto, como o quociente de 31 dividido por 11 é menor que o divisor paramos por aqui e concluímos que 31 é um número primo. Esse processo pode ser utilizado para qualquer número primo.

Decomposição em fatores primos

Podemos decompor qualquer número natural maior que 1 (um) em fatores primos. Para decompor um número em fatores primos devemos utilizar somente números primos para dividir o número em questão. Esse processo de decompor em números primos é chamado de fatoração de um número natural.

Regras da fatoração

Dividir o número pelo seu menor divisor que é um número primo;

Dividir o quociente obtido pelo seu menor divisor primo, da mesma forma;

Repetir esse processo até encontrar o quociente 1 (um).

Exemplo 1:

Dividendo	Divisor
16	2
8	2
4	2
2	2
1	

Dividimos o quociente 16 por 2, pois é o menor divisor primo. Fizemos o mesmo processo para 8 e assim por diante até obtermos o quociente 1. Assim, $16 = 2^4$

Exemplo 2:

Dividendo	Divisor
100	2
50	2
25	5
5	5

Dividendo	Divisor
1	

Dividimos 100 por 2, menor número primo, depois 50 por 2, 25 só pode ser dividido por 5, menor número primo que divide o número 25, e por fim, 5 só pode ser divisível por ele mesmo.

Assim: $100 = 2^2 \times 5^2$

Os átomos da aritmética

Os gregos foram os primeiros a perceber que qualquer número natural, exceto o pode ser gerado pela multiplicação de números primos, os chamados blocos de construção". A primeira pessoa, até onde se sabe, que produziu tabelas de números primos foi Eratóstenes, no terceiro século a.C. Ele escrevia inicialmente uma lista com todos os números. Em seguida escolhia o primeiro primo e eliminava da lista todos os seus múltiplos. Passava ao número seguinte que não fora eliminado e procedia também eliminando todos os seus múltiplos. Desta forma Eratóstenes produziu tabelas de primos, mais tarde este procedimento passou a se chamar de crivo de Eratóstenes.

Fração

O que é fração?

É um modo de representar as partes pelas quais um objeto foi dividido. Assim, toda fração representa uma divisão e um número racional.

Existem diversas definições para frações, que são utilizadas de acordo com as necessidades didáticas do público-alvo. As mais usadas são:

Uma fração é a representação de uma ou mais partes de algo que foi dividido em partes iguais;

Uma fração representa uma divisão, em que o numerador equivale ao dividendo e o denominador equivale ao divisor;

Uma fração é um número racional.

Todo “objeto original” que não tenha sido dividido é chamado de inteiro. Ao fazer cortes nesse objeto, estamos dividindo-o. Se a divisão resultar em partes iguais, é possível representar esse objeto por meio de frações. A imagem a seguir representa uma maçã que foi dividida em quatro partes iguais.

A fração que representa uma dessas quatro partes é a seguinte:

$$\frac{1}{4}$$

Essa fração deve ser lida da seguinte maneira: um quarto.

A fração que representa toda a maçã, que foi dividida em quatro partes iguais, é a seguinte:

$$\frac{4}{4}$$

Essa fração deve ser lida da seguinte maneira: Quatro quartos.

As frações devem ser nomeadas a partir dessa lógica até o denominador 10. A partir do denominador 11, temos: 11 avos, 12 avos... Por exemplo:

$$\frac{1}{12}$$

Essa a fração é um doze avos.

A parte de cima de uma fração – que representa as partes em questão de um objeto que foi dividido em partes iguais – equivale ao dividendo de uma divisão e é chamada de numerador. Já a parte de baixo – que representa a quantidade de partes em que um objeto foi dividido – equivale ao divisor de uma divisão e é chamada de dividendo.

Frações: Números racionais

O conjunto dos números racionais é composto por qualquer número que possa ser escrito na forma de fração. Assim, os representantes desse conjunto são os seguintes:

Qualquer número inteiro;

Qualquer número decimal finito;

Qualquer dízima periódica (Todas as dízimas periódicas podem ser escritas na forma de fração. Para isso, sugerimos a leitura do texto fração geratriz).

Frações equivalentes e simplificação

Frações equivalentes são aquelas que representam o mesmo número racional. Isso significa que elas possuem o mesmo valor. Por exemplo:

$$\frac{4}{2} = \frac{8}{4}$$

Ambas as frações representam o número inteiro 2.

Para encontrar frações equivalentes, basta multiplicar numerador e denominador de uma fração pelo mesmo número (pode ser qualquer número, a não ser que o problema exija algum específico). Por exemplo:

$$\frac{3 \cdot 4}{7 \cdot 4} = \frac{12}{28}$$

Como numerador e denominador foram multiplicados pelo mesmo número, as frações três sétimos e doze vinte e oito avos são equivalentes.

O processo de divisão pelo mesmo número também pode ser utilizado para encontrar frações equivalentes. Quando esse processo é utilizado, dizemos que a fração foi simplificada. Por exemplo:

$$\frac{36}{12} = 3$$

$$\frac{48}{12} = 4$$

Se o resultado da simplificação for uma fração que não pode mais ser simplificada, ela será chamada fração irredutível.

Operações com frações

Multiplicação de frações:

Para multiplicar frações, basta multiplicar numerador por numerador e denominador por denominador. Por exemplo:

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{9} = \frac{6}{36}$$

Divisão de frações:

Para dividir frações, reescreva a divisão como uma multiplicação conservando a primeira fração intacta e invertendo numerador e denominador da segunda. Por exemplo:

$$2:3 = 2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

Adição e subtração de frações:

Se as frações possuem denominadores iguais, apenas some (ou subtraia) o numerador, conforme o exercício indicar. Por exemplo:

$$\frac{2}{3} + \frac{3}{3} = \frac{2+3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{3}{3} - \frac{3}{3} = \frac{3-3}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

Se as frações possuem denominadores diferentes, é necessário encontrar frações equivalentes a elas que possuam denominadores iguais para depois somá-las.

Conjuntos numéricos

Conjuntos numéricos são coleções de números que possuem características semelhantes. Eles nasceram como resultado das necessidades da humanidade em determinado período histórico.

Conjunto dos Números Naturais

O conjunto dos Números Naturais foi o primeiro de que se teve notícia. Nasceu da simples necessidade de se fazer contagens, por isso, seus elementos são apenas os números inteiros e não negativos.

Representado por N , o conjunto dos números naturais possui os seguintes elementos:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

Conjunto dos Números Inteiros

O conjunto dos números inteiros é uma ampliação do conjunto dos números naturais. Ele é formado pela união do conjunto dos números naturais com os números negativos. Em outras palavras, o conjunto dos números inteiros, representado por Z , possui os seguintes elementos:

$$Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

Conjunto dos Números Racionais

O conjunto dos números racionais nasceu da necessidade de dividir quantidades. Portanto, esse é o conjunto dos números que podem ser escritos na forma de fração. Representado por Q , o conjunto dos números racionais possui os seguintes elementos:

$$Q = \{x \in Q: x = a/b, a \in Z \text{ e } b \in N\}$$

A definição acima é lida da seguinte maneira: x pertence aos racionais, tal que x é igual a a dividido por b , com a pertencente aos inteiros e b pertencente aos naturais.

Em outras palavras, se é fração ou um número que pode ser escrito na forma de fração, então é um número racional.

Os números que podem ser escritos na forma de fração são:

- 1 – Todos os números inteiros;
- 2 – Decimais finitos;
- 3 – Dízimas periódicas.

Os decimais finitos são aqueles que possuem um número finito de casas decimais. Observe:

1,1

2,32

4,45

Dízimas periódicas são decimais infinitos, mas que repetem a sequência final de suas casas decimais. Observe:

2,333333....

4,45454545....

6,758975897589....

Conjunto dos Números Irracionais

A definição de números irracionais depende da definição de números racionais. Portanto, pertencem ao conjunto dos números irracionais todos os números que não pertencem ao conjunto dos racionais.

Dessa forma, ou um número é racional ou ele é irracional. Não existe possibilidade de um número pertencer a esses dois conjuntos simultaneamente. Dessa maneira, o conjunto dos números irracionais é complementar ao conjunto dos números racionais dentro do universo dos números reais.

Outra maneira de definir o conjunto dos números irracionais é a seguinte: Os números irracionais são aqueles que não podem ser escritos na forma de fração. São eles:

1 – Decimais infinitos

2 – Raízes não exatas

Os decimais infinitos são números que possuem infinitas casas decimais e que não são dízimas periódicas.

Conjunto dos Números Reais

O conjunto dos números reais é formado por todos os números citados anteriormente. Sua definição é dada pela união entre o conjunto dos números racionais e o conjunto dos números irracionais. Representado por $\mathbb{R}$, esse conjunto pode ser escrito matematicamente da seguinte maneira:

$$R = Q \cup I = \{Q + I\}$$

I é o conjunto dos números irracionais. Dessa maneira, todos os números citados anteriormente são também números reais.

Conjunto dos Números Complexos

O conjunto dos números complexos nasceu da necessidade de se encontrar raízes não reais de equações de grau maior ou igual a 2. Ao tentar resolver a equação $x^2 + 2x + 10 = 0$, por exemplo, por meio da fórmula de Bhaskara, teremos:

$$x^2 + 2x + 10 = 0$$

$$a = 1, b = 2 \text{ e } c = 10$$

$$\Delta = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10$$

$$\Delta = 4 - 40$$

$$\Delta = -36$$

Equações do segundo grau que possuem $\Delta < 0$ não apresentam raízes reais. Para encontrar suas raízes, o conjunto dos números complexos foi criado, de modo que $\sqrt{-36} = \sqrt{36} \cdot (-1) = 6 \cdot \sqrt{-1} = 6i$.

Os elementos do conjunto dos números complexos, representado por C, são definidos da seguinte maneira:

z é um número complexo se $z = a + bi$, em que a e b são números reais e $i = \sqrt{-1}$.

Relação entre conjuntos numéricos

Alguns conjuntos numéricos são subconjuntos de outros. Algumas dessas relações foram evidenciadas no decorrer do texto, contudo, todas elas serão expostas a seguir:

1 – O conjunto dos números naturais é subconjunto do conjunto dos números inteiros;

2 – O conjunto dos números inteiros é subconjunto do conjunto dos números racionais;

3 – O conjunto dos números racionais é subconjunto do conjunto dos números reais;

4 – O conjunto dos números irracionais é subconjunto do conjunto dos números reais;

5 – O conjunto dos números irracionais e o conjunto dos números racionais não possuem nenhum elemento em comum;

6 – O conjunto dos números reais é subconjunto do conjunto dos números complexos.

Indiretamente, é possível estabelecer outras relações. É possível dizer, por exemplo, que o conjunto dos números naturais é subconjunto do conjunto dos números complexos.

Também é possível fazer a leitura contrária das relações citadas anteriormente e das relações indiretas que podem ser construídas. Para tanto, basta dizer, por exemplo, que o conjunto dos números inteiros contém o conjunto dos números naturais.

Utilizando simbologia de teoria de conjuntos, essas relações podem ser escritas da seguinte maneira:

$$N \subset Z \subset Q \subset R \subset C \text{ e } I \subset R, \text{ com } Q \cup I = \emptyset$$

O que são conjuntos numéricos?

Conjuntos são reuniões de elementos que possuem características comuns. Para agrupar os vários tipos de números, existem os conjuntos numéricos.

Um conjunto é uma reunião de elementos que compartilham as mesmas características. Quando esses elementos são números, esse agrupamento passa a ser conhecido como conjunto numérico.

Existem infinitos conjuntos numéricos, entretanto, alguns deles são notáveis por causa da frequência com que aparecem nas soluções e nas demonstrações matemáticas e, principalmente, pela história de como os números foram criados. São eles: naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais e complexos.

A seguir, daremos uma breve explicação a respeito de cada um desses conjuntos, para que seja fácil reconhecer seus elementos.

Conjunto dos números naturais

O conjunto dos números naturais é formado por todos os números inteiros e positivos. Além deles, o zero também faz parte desse conjunto. Utilizando a representação por chaves, os elementos do conjunto dos números naturais são:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Observe que esse conjunto possui um primeiro elemento, o zero, mas não possui um último elemento. Portanto, esse conjunto é infinito, embora seja limitado inferiormente. Note também que a sequência dos números naturais é usada para contar, pois o sucessor de um número natural sempre é uma unidade maior do que ele.

Conjunto dos números inteiros

Esse conjunto é formado por todos os números inteiros, sejam eles positivos, negativos ou o número nulo (o zero). Assim, usando a representação por chaves, o conjunto dos números inteiros possui os seguintes elementos:

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Observe que esse conjunto é formado pelo conjunto dos números naturais, pelos inversos aditivos de todos os números naturais e pelo zero. Esse conjunto também é infinito, mas não é limitado.

Conjunto dos números racionais

Esse conjunto é formado por todos os números que podem ser escritos na forma de fração a/b , em que a e b são números inteiros e b é sempre diferente de zero. Os elementos desse conjunto são:

Números inteiros

Decimais finitos

Dízimas periódicas

Números inteiros podem ser compreendidos como a divisão do próprio número inteiro por 1. Quando o resultado da divisão entre dois números inteiros não é um decimal finito, é uma dízima periódica.

Conjunto dos números irracionais

Esse conjunto é formado por todos os números que não são racionais, ou seja, por todos os números que não podem ser escritos como razão entre dois números inteiros.

Os elementos que pertencem a esse conjunto são os decimais infinitos e não periódicos. Alguns deles podem ser representados de outra maneira, como por exemplo π , $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ etc.

Conjunto dos números reais

Esse conjunto é formado pela união entre os conjuntos dos números irracionais e dos números racionais. Assim, qualquer número racional ou irracional é um elemento do conjunto dos números reais.

Entre esse conjunto e a reta existe uma relação biunívoca, ou seja, existe uma “função” que relaciona cada número real a um único ponto de uma reta, e essa “função” é bijetora. Em outras palavras, não existe um ponto da reta que não seja representado por um único número real e não existe número real que não represente um único ponto da reta.

Conjunto dos números complexos

É o conjunto formado por todos os números z , tais que:

$$z = a + bi$$

Em que a e b são números reais e $i = \sqrt{-1}$.

Esse conjunto foi criado para tentar descobrir soluções de equações de grau 2 ou superior que não possuem solução dentro do conjunto dos números reais.

Observe que esse conjunto contém o conjunto dos números reais. Se $b = 0$, teremos $z = a$. Fazendo isso com todos os “ a ” possíveis, obteremos todo o conjunto dos números reais.

Multiplicação

Em matemática, a 'multiplicação é uma forma simples de se adicionar uma quantidade finita de números iguais. O resultado da multiplicação de dois números é chamado produto. Ao lado da adição, da divisão e da subtração, a multiplicação é uma das quatro operações fundamentais da aritmética. Os números sendo multiplicados são chamados de coeficientes ou operandos, e individualmente de multiplicando e multiplicador.

$$x \cdot y = \underbrace{y + y + \cdots + y}_x$$

(lê-se "x vezes y" ou "y adicionado x vezes")

Assim, por exemplo,

$$3 \times 4 = 4 + 4 + 4 = 12,$$

Pode também ser uma operação geométrica - a partir de dois segmentos de reta dados determinar um outro cujo comprimento seja igual ao produto dos dois iniciais

Propriedades

Comutativa: A ordem dos fatores não altera o resultado da operação. Assim, se $x \cdot y = z$, logo $y \cdot x = z$. ($5 \times 4 = 20$, logo $4 \times 5 = 20$)

Associativa: O agrupamento dos fatores não altera o resultado. (Podemos juntar de dois em dois de modo que facilite o cálculo). Assim, se $(x \cdot y) \cdot z = w$, logo $x \cdot (y \cdot z) = w$. [$(2 \times 3) \times 4 = 24$ logo $2 \times (3 \times 4) = 24$]

Distributiva: Um fator colocado em evidência numa soma dará como produto a soma do produto daquele fator com os demais fatores. Assim, $x \cdot (y + z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$.

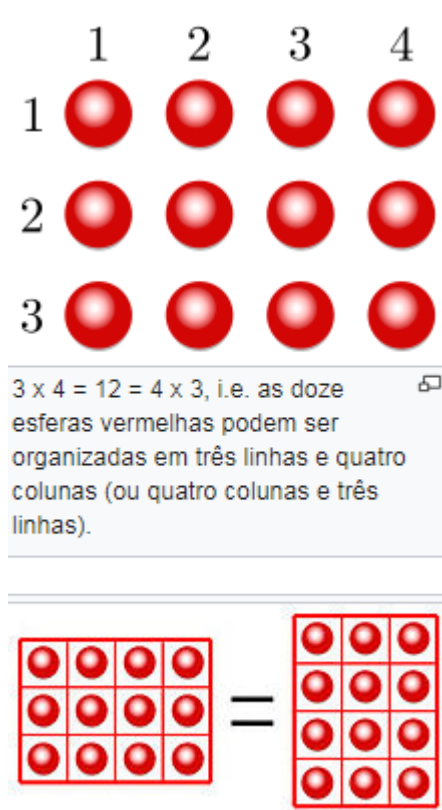
Elemento Neutro: O um (1) é chamado elemento neutro da multiplicação. Assim, $x \cdot 1 = x = 1 \cdot x$.

Fechamento: O produto de dois números reais será sempre um número real.

Na matemática, podemos dizer que a multiplicação é a mais simples forma de agruparmos uma quantidade finita de números. Ao efetuarmos uma multiplicação, chegamos a uma resposta que é chamada de produto. Na geometria, está relacionada também como uma operação geométrica - a partir de dois segmentos de retas dados, podemos determinar um outro cujo comprimento seja igual ao produto dos dois iniciais.

Comutatividade da multiplicação de números naturais:

$$\begin{aligned}
 x \cdot y &= \underbrace{y + y + y + \cdots + y}_x \\
 x \cdot y &= \underbrace{y + y + y + \cdots + y}_x + x - x \\
 &= x + \underbrace{(y - 1) + (y - 1) + \cdots + (y - 1)}_x \\
 &= x + x + \underbrace{(y - 2) + (y - 2) + \cdots + (y - 2)}_x \\
 &= \underbrace{x + x + x + \cdots + x}_n + \underbrace{(y - n) + (y - n) + \cdots + (y - n)}_x \quad \text{Tomando } n = y, \text{ temos:} \\
 &= \underbrace{x + x + x + \cdots + x}_y + \underbrace{(y - y) + (y - y) + \cdots + (y - y)}_x \\
 &= \underbrace{x + x + x + \cdots + x}_y \\
 &= y \cdot x
 \end{aligned}$$



Distributividade da multiplicação de números naturais:

$$\begin{aligned}
 x \cdot (y + z) &= \underbrace{(y + z) + (y + z) + \cdots + (y + z)}_x \\
 &= \underbrace{y + y + y + \cdots + y}_x + \underbrace{z + z + z + \cdots + z}_x \\
 &= x \cdot y + x \cdot z
 \end{aligned}$$

Notação

A multiplicação pode ser escrita de várias formas equivalentes. Todas as formas abaixo significam, "5 vezes 2":

$$\begin{aligned} 5 \times 2 \\ 5 \cdot 2 \\ (5)2, 5(2), (5)(2), 5[2], [5]2, [5][2] \\ 5 * 2 \end{aligned}$$

O asterisco é usado frequentemente em computação pois é um símbolo existente em todos os tipos de teclado, mas não é usado quando se escreve matemática à mão. Frequentemente a multiplicação esta implícita na notação.

$$5x \text{ e } xy.$$

Isto é o padrão em Álgebra, onde se usa formas como:

O potencial de confusão que isto cria é grande, já que não podemos ter variáveis com mais de uma letra.

É possível se multiplicar um ou mais termos de uma vez. Se os termos não são escritos explicitamente, então o produto pode ser escrito com reticências ... para marcar os termos que estão subentendidos, como em outras operações em série na soma.

Multiplicação e Divisão de Frações

As frações possuem o objetivo de representar partes de um inteiro, por exemplo, uma barra de chocolate foi dividida em doze partes, as quais nove foram servidas aos convidados de uma reunião. Para representar esta situação devemos utilizar frações, observe:



As partes distribuídas são referentes ao numerador da fração e o inteiro corresponde ao denominador, no caso da barra de chocolate temos numerador

igual a 9 e denominador igual a 12. No conjunto das frações é possível estabelecer todas as operações matemáticas: adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação. Iremos abordar os casos da multiplicação e divisão, demonstrando as formas mais práticas para a resolução de tais operações.

Multiplicação

A multiplicação de frações é muito simples, basta multiplicarmos numerador por numerador e denominador por denominador, respeitando suas posições. Observe:

$$a) \frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{2 \times 5}{3 \times 7} = \frac{10}{21}$$

$$b) \frac{6}{11} \times \frac{9}{5} = \frac{6 \times 9}{11 \times 5} = \frac{54}{55}$$

$$c) \frac{13}{5} \times \frac{7}{2} = \frac{13 \times 7}{5 \times 2} = \frac{91}{10}$$

Divisão

A divisão deve ser efetuada aplicando uma regra prática e de fácil assimilação, que diz: “repetir a primeira fração e multiplicar pelo inverso da segunda”.

$$a) \frac{9}{2} \div \frac{7}{3} = \frac{9}{2} \times \frac{3}{7} = \frac{27}{14}$$

$$b) \frac{8}{3} \div \frac{5}{9} = \frac{8}{3} \times \frac{9}{5} = \frac{72}{15}$$

$$c) \frac{12}{5} \div \frac{6}{7} = \frac{12}{5} \times \frac{7}{6} = \frac{84}{30}$$

Na multiplicação de frações basta multiplicar um numerador pelo outro e, de seguida, um denominador pelo outro.

Exemplo:

$$\frac{6}{2} * \frac{9}{3} = \frac{54}{6} = \frac{9}{1} = 9$$

A multiplicação é feita dessa forma independentemente do número de frações.

Exemplo:

$$\frac{20}{5} * \frac{12}{7} * \frac{1}{2} = \frac{240}{70} = \frac{24}{7}$$

Como fazer no caso abaixo? Simples. Você tem, pelo menos, três opções:

$$\frac{8}{3} * 6$$

$$1.^a \quad \frac{8}{3} * \frac{6}{1} = \frac{48}{3} = \frac{16}{1} = 16$$

$$2.^a \quad \frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = \frac{48}{3} = \frac{16}{1} = \frac{16}{1} = 16$$

$$3.^a \quad \frac{8 * 6}{3} = \frac{48}{3} = \frac{16}{1} = 16$$

Divisão de Frações

Na divisão de frações a regra é a seguinte:

- 1.º O numerador da primeira fração multiplica o denominador da segunda;
- 2.º O denominador da primeira fração multiplica o numerador da outra fração.

Exemplo:

$$\frac{10}{5} \div \frac{2}{8} = \frac{10 * 8}{5 * 2} = \frac{80}{10} = \frac{8}{1} = 8$$

Tal como na multiplicação, também na divisão a regra se aplica independentemente do número de frações, ou seja:

- 1.º O numerador da primeira fração multiplica o denominador da segunda e das restantes frações;
- 2.º O denominador da primeira fração multiplica o numerador de todas as outras frações.

Exemplo:

$$\frac{7}{8} \div \frac{15}{3} \div \frac{5}{1} = \frac{7 * 3 * 1}{8 * 15 * 5} = \frac{21}{600} = \frac{7}{200}$$

Polígonos

Os polígonos são linhas fechadas formadas apenas por segmentos de reta que não se cruzam a não ser em suas extremidades. Esses segmentos de reta nos polígonos são chamados de lados, assim, outra definição, mais comum que a primeira, é a seguinte: polígonos são figuras geométricas inteiramente formadas por lados.

Em outras palavras, para que uma figura seja considerada um polígono, ela não pode conter qualquer lado que faça curva, dois de seus lados não podem cruzar-se e a figura não pode ter aberturas.

A seguir, observe três não polígonos, à esquerda, e um polígono à direita:



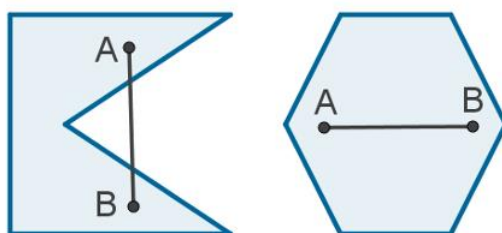
A primeira figura tem segmentos de reta que se cruzam; a segunda não é fechada; e a terceira possui uma parte circular. Essas características tornam tais figuras não polígonos. Apenas a quarta figura é considerada polígono por estar totalmente de acordo com a definição desse tipo de figura.

Polígonos convexos e não convexos

Um polígono é chamado convexo quando, dados os pontos A e B em seu interior, o segmento AB está totalmente contido no interior do polígono, independentemente da posição dos pontos AB. Dessa forma, é impossível encontrar dois pontos AB no interior do polígono, de modo que pelo menos um ponto do segmento AB esteja no exterior desse polígono.

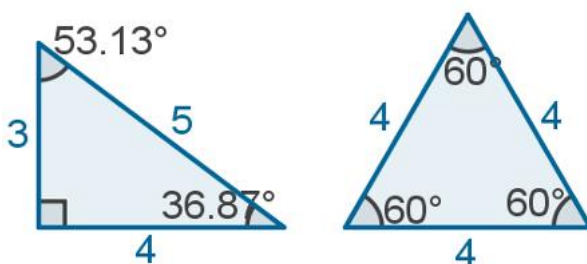
No caso de encontrar, pelo menos, um segmento AB com ao menos um ponto no exterior do polígono, então essa figura é chamada não convexa.

As seguintes imagens ilustram um polígono não convexo, à esquerda, e um polígono convexo à direita:



Polígonos regulares

Um polígono é chamado regular quando todos os seus ângulos internos são congruentes e, além disso, quando seus lados têm medidas iguais. As figuras, a seguir, ilustram um polígono não regular, à esquerda, e um polígono regular à direita.



Elementos de um polígono

Os elementos de uma figura geométrica são outras figuras, mais básicas, que podem ser encontradas nelas e que recebem um nome especial devido à sua importância. Os elementos dos polígonos são:

1 – Lados: Os lados são os segmentos de reta que fazem parte da definição de um polígono.

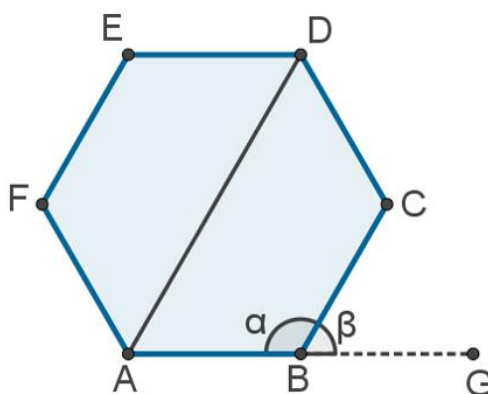
2 – Vértices: São os pontos de encontro entre dois lados consecutivos de um polígono.

3 – Ângulos internos: São os ângulos formados em seu interior entre dois lados consecutivos de um polígono.

4 – Ângulos externos: São ângulos formados entre um lado de um polígono e o prolongamento do lado consecutivo a ele.

5 – Diagonais: São segmentos de reta que ligam dois vértices consecutivos de um polígono convexo.

A imagem a seguir mostra cada um desses elementos de um polígono:

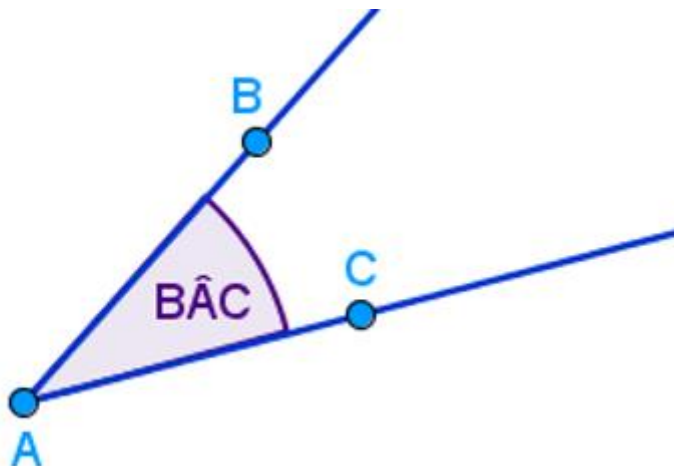


O segmento CD é lado desse polígono, e o ponto C é um de seus vértices. O ângulo α é um de seus ângulos internos, e β é um de seus ângulos externos. Além disso, o segmento AD é uma de suas diagonais.

O ângulo é a medida da abertura entre dois segmentos de reta. Desse modo, existe um número que está relacionado com cada abertura entre duas semirretas e, quanto maior a abertura, maior esse número.

Definição formal

Ângulo é uma medida expressa em graus que é atribuível à região ou conjunto de pontos situados entre duas semirretas de mesma origem.

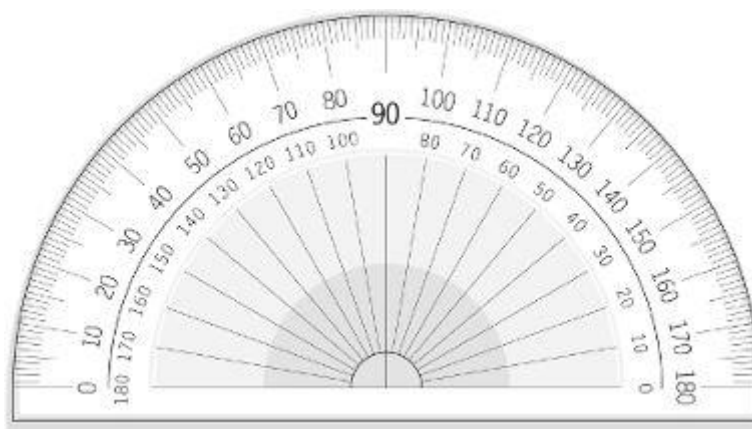


Geralmente os ângulos são representados por letras maiúsculas com acento circunflexo, por letras minúsculas ou, no caso da figura acima, da seguinte maneira: BÂC.

Medindo ângulos

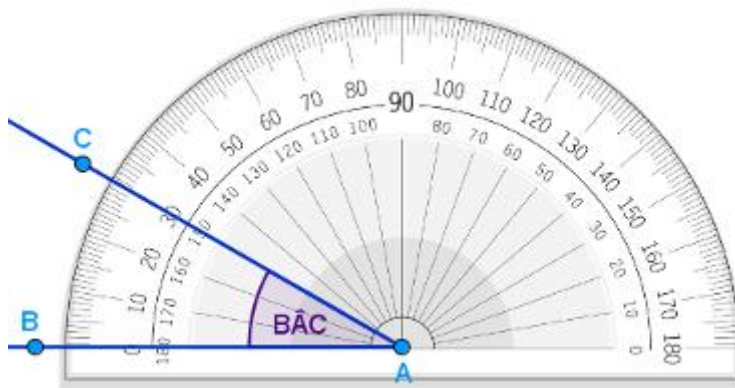
As medidas atribuídas aos ângulos funcionam de forma diferente daquelas utilizadas para medir distâncias. Os ângulos têm o círculo como base. Ao aumentar um ângulo, uma das semirretas se deslocará, como se estivesse sobre um círculo em que o ponto de encontro delas é o centro. Por isso, não é possível utilizar uma régua para obter medidas de ângulos.

O equipamento utilizado para tomar medidas de ângulos é conhecido como transferidor e está ilustrado na figura abaixo:



Para utilizá-lo, coloque uma das semirretas sobre a primeira linha do transferidor, aquela que aponta para o zero. Depois, coloque o ponto de encontro das semirretas no centro do equipamento, que geralmente vem

marcado nele. Feito isso, o ângulo a ser medido será o número para onde a segunda semirreta aponta.



Os ângulos notáveis

Alguns ângulos são mais observados pelo homem na natureza. Foram eles que deram origem à escolha específica dos números utilizados para medir os ângulos. Ao ângulo conhecido como raso, por exemplo, que é definido quando uma semirreta é mantida fixa e a outra descreve um movimento de meia volta, foi atribuído o valor 180° .



Ângulo formado por meia-volta: ângulo de 180°

Uma propriedade interessante do ângulo raso é que as semirretas que o formam, ao serem ligadas, podem ser vistas como uma única reta, ou seja, dado um ponto em uma reta, o ângulo formado nesse ponto é 180° .

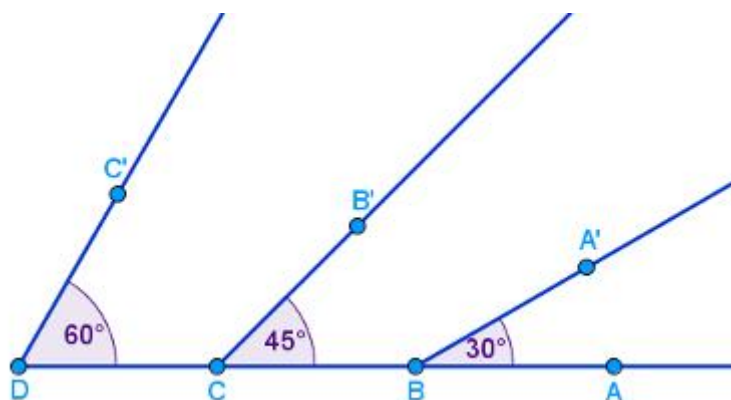
Acredita-se que esses valores foram escolhidos em uma época onde os homens acreditavam que o ano possuía 360 dias. Cada dia foi considerado como uma unidade de medida do ângulo descrito pela Terra ao redor do sol e, por isso, uma volta inteira seria 360° .

Outro ângulo importante é conhecido como ângulo reto e sua medida é igual a 90° . Esse ângulo é muito encontrado na construção civil, nas “quinas” formadas por duas paredes. Sua importância é tão grande que existe uma ferramenta

criada exclusivamente para ajudar a construir esse tipo de “quina” e para medir esse ângulo: o Esquadro.



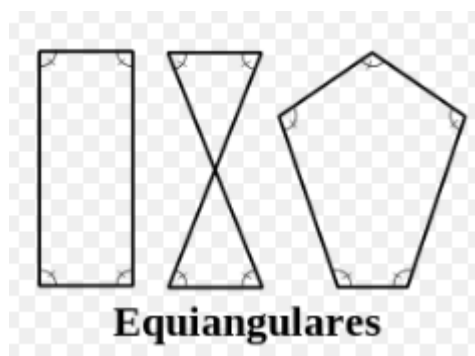
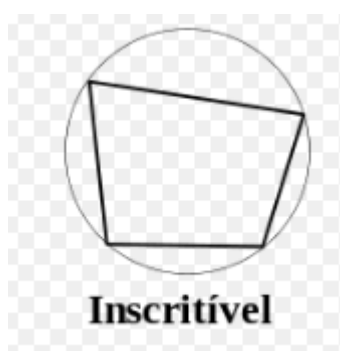
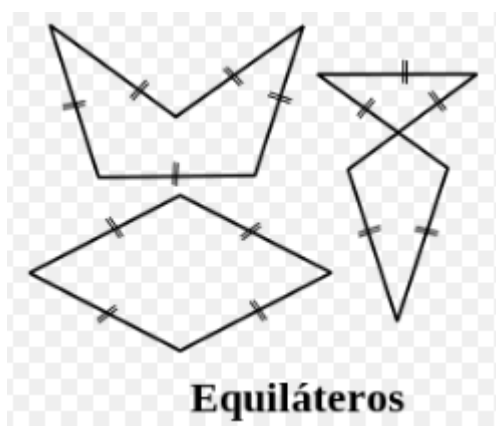
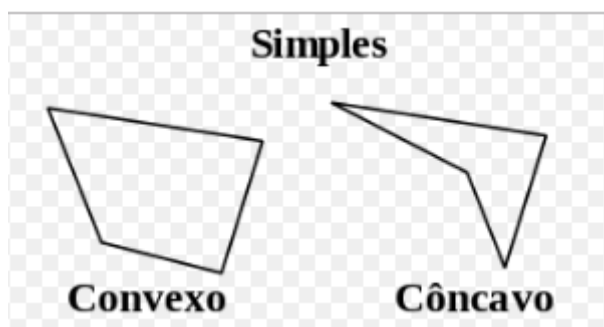
Os outros ângulos notáveis são estudados na Trigonometria e suas medidas são: 30°, 45° e 60°.

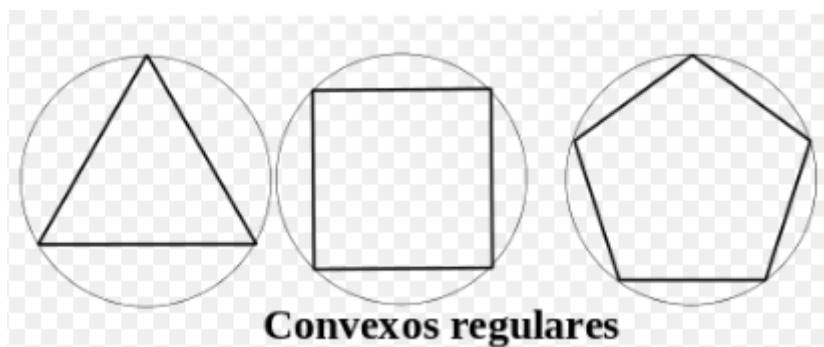


Polígono



Em geometria, um polígono é uma figura com lados, fechada. A palavra "polígono" vem da palavra em grego "polígonos" que significa ter muitos lados ou ângulos. A definição usada por Euclides para polígono era uma figura limitada por linhas retas, sendo que estas linhas deveriam ser mais de três, e figura qualquer região do plano cercada por uma ou mais bordas





Quanto ao número de lados

Os polígonos também são classificados quanto ao número de lados.

Nomes dos polígonos					
Lados	Nome	Lados	Nome	Lados	Nome
1	não existe	11	undecágono	...	...
2	não existe	12	dodecágono		
3	triângulo ou trilátero	13	tridecágono	30	triacontágono
4	quadrilátero	14	tetradecágono	40	tetracontágono
5	pentágono	15	pentadecágono	50	pentacontágono
6	hexágono	16	hexadecágono	60	hexacontágono
7	heptágono	17	heptadecágono	70	heptacontágono
8	octógono	18	octodecágono	80	octacontágono

9	eneágono	19	eneadecágono	90	eneacontágono
10	decágono	20	icoságono	100	hectágono

Nomenclatura para polígonos com muitos lados

Para se construir o nome de um polígono com mais de 20 lados e menos de 100 lados, basta se combinar os prefixos e os sufixos a seguir:

Dezenas		e	Unidades		sufixo
			1	hena-	-gono
20	icosa-		2	-di-	
30	triaconta-		3	-tri-	
40	tetraconta-		4	-tetra-	
50	pentaconta-	-kai-	5	-penta-	
60	hexaconta-		6	-hexa-	
70	heptaconta-		7	-hepta-	
80	octaconta-		8	-octa-	
90	eneaconta-		9	-enea-	

Polígonos

Polígonos são figuras planas fechadas formadas por lados que, por sua vez, são segmentos de reta e não se cruzam em nenhum ponto.