MATEMÁTICA FINANCEIRA

Prof.Dr.Laércio Luis Vendite

Agosto 2005

1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, o ensino de Matemática tem seguido, em várias situações, uma linha axiomática que sempre só apresenta aos alunos a etapa final de um longo desenvolvimento de idéias e criações, ou seja, aquela que todos os conceitos já estão prontos e integrados num toque de harmonia e perfeição. Dessa maneira, este tipo de apresentação faz com que a Matemática apareça completamente desvinculada da realidade e, portanto, torna-se abstrata, árida, àqueles que tem interesse de aprendê-la. Assim sendo um indivíduo que entra em uma loja para comprar um televisor enfrenta uma situação assaz complicada, ou seja, que tipo de matemática esse indivíduo terá que adotar para que tenha condição de optar pelo plano mais vantajoso para comprar esse televisor? Comprá-lo à vista com 10% de desconto ou financiá-lo a prazo em 3 parcelas iguais?

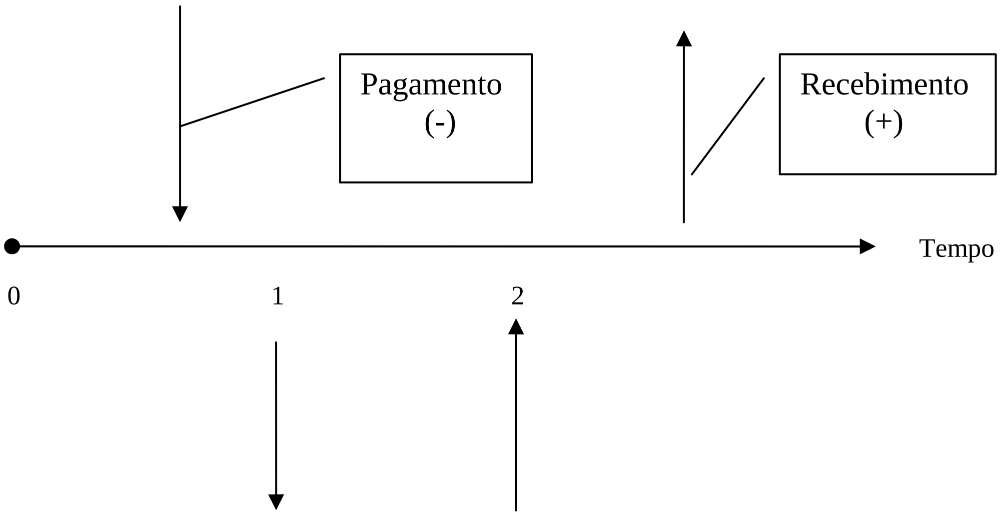
Isso sem levar em consideração que esse indivíduo teve o seu salário reajustado em 5 % quando a inflação era de 10 % no período. Para responder a todas esses situações-problema procuramos por intermédio desse pequeno espaço, abrir um grande caminho para que seja implantado no ensino básico e nas universidades, um tópico muito importante e colocado de lado em nosso cotidiano que é a Matemática Financeira. O nosso objetivo é, então de apresentar algumas atividades que introduzam os conceitos fundamentais utilizados na análise financeira convencional.

Inúmeras situações foram desenvolvidas, sendo que algumas não possuem uma solução em forma fechada, e portanto, os resultados ou aproximações somente poderão ser obtidos através de métodos numéricos aplicados aos valores em diversas tabelas financeiras.

A representação de todas as situações-problema pode ser elaborada através de esquemas denominados Fluxo de Caixa. O intuito principal é de trabalharmos com esses esquemas e de encontramos outras representações que sejam equivalentes e que nos permita fazer uma análise segura do problema inicial.

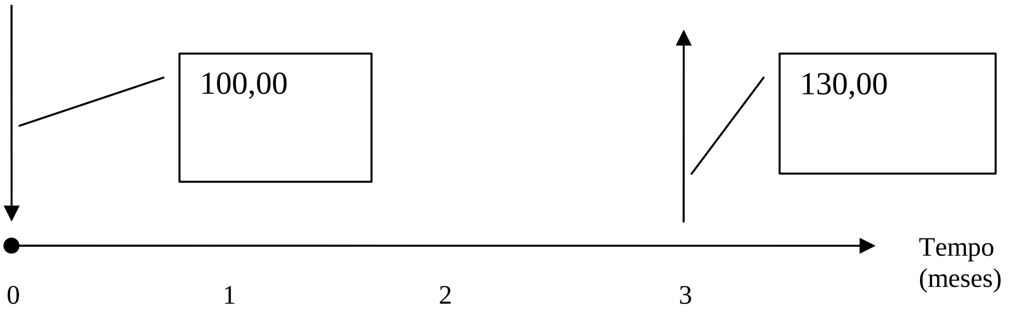
2. FLUXO DE CAIXA

Denominamos Fluxo de Caixa (de um individuo, de um investimento, de um negócio,..etc.) a representação de entradas e saídas de valores ao longo do tempo. Essa representação ao longo do tempo pose ser feita através do seguinte diagrama:



A escala horizontal representa o tempo que pode ser expresso em dias, meses, anos.... Os números 0,1,2...representam as datas necessárias para a resolução do problema. As entradas de valores terão o sinal (+) (seta apontada para cima), e as saídas o sinal (-) (seta apontada para baixo).

Exemplo: Representar um investimento de R$ 100,00 a uma taxa de 10% ao mês, no regime de juros simples. Nesse caso o valor a ser retirado no final do 3^0 mês será de R$ 130,00. e o fluxo de caixa será o seguinte:



Capítulo I - Juros

1. Conceitos

Na experiência prática, o conceito de juros, se encontra associado a quantias monetárias, representando a remuneração ganha ao emprestar ou o custo pago ao tomar um emprestado, tendo transcorrido certo período que pode ser um dia, um mês, um ano etc.

2. Unidades

12% ao ano = 12% a.a.
14% ao semestre = 14% a.m.
1% ao mês = a.m.

2.1. Exemplo: Um capital de R$ 1.000,00 aplicado a uma taxa de 8%a.a. proporcionará, no final do 1º ano, o juro de:

$$8\%.1000 = \frac{8}{100}.1000 = 80$$

Notação: A taxa de juros pode ser expressa em porcentagem (8 %a.a.) ou fração decimal (0,08 a.a.)

3. Tipos de juros

3.1 Juros Simples: Nessa hipótese os juros de cada período são calculados sempre em função do capital inicial empregado.

Exemplo: Qual o montante acumulado em 3 meses a uma taxa de 20% a.m., no regime de juros simples, a partir de um capital inicial de R$ 10.000,00?

Período	Juros	Montante
0	0	10.000
1	2.000	12.000
2	2.000	14.000
3	**2.000**	**16.000**
....	....	....
n	2.000	10.000 + 2000.n

Simbologia: P = Principal ou Valor Inicial
M = Montante ou Valor Final
J = Juros da aplicação obtidos durante a aplicação
n = número de períodos
i = Taxa de juros efetiva em cada período de capitalização

Assim temos:

$$J = P.i.n \qquad \text{e} \qquad M = P.(1 + i.n)$$

onde $M = P + J$

No caso anterior,

$P = 10.000{,}00$, $i = 0{,}2$ *a.m.* *e* $n = 3$ *logo,*

$M = 10000. (1+0{,}2.3)$

$M = 16.000{,}00$

3.2 Juros Compostos: Nesse regime o valor dos juros de cada período é obtido pela aplicação da taxa de juros sobre o Saldo existente no início período correspondente:
O Mercado Financeiro segue todo ele a lei de juros compostos. Assim todos os papéis de Renda Fixa, Sistema de Habitação, Crediário etc. segue o regime de juros compostos.

Exemplo: Qual o montante produzido em 3 meses a uma taxa de 20% a.m., no regime de juros compostos, a partir de um capital inicial de R$ 10.000,00?

Período	Juros	Montante
0	0	10.000
1	2.000	12.000
2	2.400	14.400
3	**2.880**	**17.280**
....	....	....
n	j	$10.000\ (1+0{,}2)^n$

Logo:

$$M = P(1+i)^n \quad \text{e} \quad P = \frac{M}{(1+i)^n}$$

Neste caso,

M = 10.000,00 , i = 0,2 a.m. e n = 3 logo,

$M = 10000.(1+0,2)^3$

M = 17.280,00

Observações:

(1) A unidade de medida de tempo n deve ser compatível com a unidade utilizada na taxa de juros ;
(2) A taxa de juros deve ser expressa em fração decimal e não em porcentagem.

4. Taxas de juros

4.1 Taxa efetiva ou real : É aquela em que a unidade de referência do seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização.

Exemplo: *3% a.m. capitalizados mensalmente*
4% a.d. capitalizados diariamente

4.2 Taxa Nominal: É aquela em que não há coincidência entre unidade de referência do seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização.
A taxa nominal em geral é fornecida em termos anuais e os períodos são mensais.

Exemplo:
12% a.a. capitalizados mensalmente .Isso significa uma taxa efetiva de 1% a.m.
24% a.s capitalizados mensalmente correspondem a uma taxa efetiva de 4% a.m.

4.3 Taxas Proporcionais: Duas ou mais taxas são proporcionais quando ao serem aplicadas sobre um mesmo Principal durante um mesmo prazo produzirem um mesmo Montante M, no regime de Juros Simples.

Exemplo: 12% a.a. ~ 6% a.s. ~ 3% a.t. ~ 1% a.m. pois

$$M = P(1+i_a) = P(1+i_m 12) = P(1+i_t 4) = P(1+i_d 360)$$

4.4 Taxas Equivalentes: Duas ou mais taxas são proporcionais quando ao serem aplicadas sobre um mesmo Principal durante um mesmo prazo produzirem um mesmo Montante M, no regime de Juros Compostos.

$$M = P(1+i_a) = P(1+i_m)^{12} = P(1+i_t)^4 = P(1+i_d)^{360}$$

Por exemplo, uma taxa de 4% a.m. equivale a uma taxa de 12,68% a.a. pois,

$1 + i_a = (1+ i_m)^{12}$ e se $i_m = 0,01$ então $i_a = (1,01)^{12} - 1 = 0,1268$

Reciprocamente uma taxa efetiva de 20% é equivalente a 1,53% a.m., pois

$$i_m = \sqrt[12]{1+i_a} - 1 = \sqrt[12]{1+0,2} - 1 = 0,0153 = 1,53\%$$

5. Taxa de Desconto e Taxa de Rentabilidade

5.1 Taxa de Desconto : O conceito básico de taxa de desconto a juros simples é muito utilizado em determinadas operações bancárias, tais como desconto de notas promissórias e desconto de duplicatas.

Suponhamos inicialmente as seguintes definições:

Sejam *d* a taxa de desconto em cada período, *P* o principal e *M* o montante e *n* o prazo. Convém então lembrar que a taxa de rentabilidade *i* é aplicada sobre o principal *P*, durante *n* períodos, para gerar o Montante. Por outro lado, a taxa de desconto é aplicada sobre o montante *M*, durante n períodos, para produzir o principal *P*. Assim teremos:

$$P = \frac{M}{1+i.n} = M(1-d.n)$$

Para explicitarmos a taxa de rentabilidade *i* ou a taxa de desconto *d*, obteremos:

$$i = \frac{d}{1-d.n} \qquad \text{ou} \qquad d = \frac{i}{1+i.n}$$

Como o valor principal *P* é menor que o montante *M*, dizemos que ele é obtido do desconto do montante *M*. O desconto utilizado com a taxa de desconto é conhecido como desconto comercial, ou por fora. O desconto realizado com o uso da taxa de rentabilidade i é conhecido como desconto racional, ou por dentro.

Capítulo II - Valor atual - Reajuste de Salários e Inflação

1. Cálculo do Valor Atual

Assim como os produtos, também os salários são reajustados utilizando a mesma Matemática de juros compostos.

1.1. Reajuste em um único período: Sejam S o Salário ou o preço inicial, e r a taxa de reajuste no período então:

$$S_r = S(1 + r)$$

Onde S_r é o valor do salário ou preço reajustado. Para um único período o conceito é o de juros simples.

Exemplo: A partir de 01/05/1992 o s.m. teve um reajuste de 139,49%.

Assim, $S = 96.037{,}33$ (O salário mínimo anterior)

$r = 1{,}3949$ (taxa de reajuste)

Então $S_r = 96.037{,}33(1 + 1{,}3949)$

$S_r = 230.000{,}00$

1.2. Reajuste com taxas diferentes em cada período: Suponhamos que um produto ou um salário tenha reajustes diferentes em cada período com taxas r_1, r_2, ...r_n respectivamente:

Então : $$S_r = S(1 + r_1)(1 + r_2)....(1 + r_n)$$

Se $r_1 = r_2 = ... = r_n = r$, *logo*

$$S_r = S(1 + r)^n$$

2. Taxa de Reajuste Acumulado

Seja r_{acum} a taxa de reajuste acumulado durante todos os períodos, então:

$$S_r = S(1 + r_{acum})$$

Comparando-se com a fórmula anterior

$$r_{acum} = (1 + r_1)(1 + r_2)....(1 + r_n) - 1$$

Exemplo: A gasolina teve os eu preço reajustado em 8% em Janeiro, 10% em Fevereiro e 5% em Março. Então, qual foi o reajuste acumulado nesses três meses?

Nesse caso, $r_1 = 0{,}08$, $r_2 = 0{,}1$ *e* $r_3 = 0{,}05$

$r_{acum} = (1 + 0{,}08)(1 + 0{,}1)....(1 + 0{,}05) - 1$

$r_{acum} = 0{,}2474 = 24{,}74\%$

3. Inflação

Taxa de um aumento médio no período que sofrem os preços de determinados produtos, escolhidos para formar a chamada "CESTA BÄSICA" e de alguns itens essenciais (Aluguel, transporte, vestuário, etc.)

Se a inflação foi de 20% em um determinado período, isto significa que os preços foram reajustados em média de 20% no período. Afirmamos que o CUSTO DE VIDA aumentou em 20%.

A inflação acumulada i_{acum} pode ser expressa como:

$$i_{acum} = (1 + i_1)(1 + i_2)....(1 + i_n) - 1$$

onde i_1, i_2......i_n *são as taxas de inflação relativas a cada período.*

Temos vários indicadores de preços INPC-IBGE, IPC-FIPE, IGP-M da FGV, ICV do DIEESE etc.

Exemplo: Calcule a inflação acumulada no período de agosto de 2002 a junho de 2003, segundo o IPC da FIPE, sabendo que as taxas foram as seguintes:

IPC - FIPE

período	Taxa (%)
Agosto 2002	1,01
Setembro	0,76
Outubro	1,28
Novembro	2,65
Dezembro	1,83
Janeiro 2003	2,19
Fevereiro	1,61
Março	0,67
Abril	0,57
Maio	0,31
Junho	-0,16

Então

$$i_{acum} = (1+i_1)(1+i_2)(1+i_3)(1+i_4)...(1+i_{11}) - 1$$

$$i_{acum} = (1+0,0101)(1+0,0076)...(1+(-0,0016)) - 1$$

$$i_{acum} = 0,1344 = 13,44\%$$

Ou seja, segundo a Fipe o custo de vida aumentou em 13,44% durante esse período... enquanto o salário.....

4. Perda ou Ganho Salarial

Se os salários são reajustados com base no índice de inflação no período então

PERDA = GANHO = ZERO !!!!!!!

Se o índice de inflação é maior que o índice de reajuste então existe PERDA...

Se o índice de inflação é menor que o índice de reajuste então existe GANHO....

Exemplo: Qual é a perda salarial de um indivíduo que ganha R$ 1.000,00 e que teve o seu salário reajustado em 20%, enquanto que a inflação no mesmo período foi de 25%?

Como $i = 0,25 > r = 0,2$ então existe PERDA..

$S_r = S\,(1+r) = 1.200$ (Salário Reajustado)

$S_i = S\,(1+i) = 1.250$ (Salário reajustado com base na inflação)

Então $S_r = S_i - PERDA.\, S_i$

$S_r = S_i\,(1 - PERDA)$, logo

$$PERDA = 1 - \frac{s_r}{s_i}$$

Nesse caso, PERDA = 1- 1200/1250 = 0,04 i.é, a perda foi de 4% do poder de compra...

A diferença entre S_i e S_r que é de R$ 50,00 equivale a 4% de 1250,00. Afirmamos que 1200,00 equivale a 96% do salário ganho anteriormente que era de 1000,00, ou seja, 1200,00 equivale a 960,00 em 1000,00.

Assim temos a proporção

$$\frac{960}{1000} = \frac{1200}{1250} = 0{,}96$$

960,00 é denominado de SALÁRIO REAL, i.é, um salário de 1000,00 que sofre um reajuste de 20% com uma inflação de 25% vale depois de um mes 960,00.!!!!!

Assim $\dfrac{S_{REAL}}{S} = \dfrac{S_r}{S_i} \Rightarrow \quad S_{REAL} = \dfrac{(1+r)}{(1+i)} S$

Observação: Se r = 0 (quando o salário não é reajustado) , então;

$$S_{REAL} = \frac{S}{(1+i)}$$

Esse quadro abaixo mostra a perda do poder aquisitivo do assalariado!!!

Data	SM Nominal	Salário Real	Inflação (%) (DIEESE)	Perda (%)
01/05/92	230.000,00	230.000,00	-	-
01/06/92	230.000,00	187.895,00	22,35	18,26
01/07/92	230.000,00	154.048,00	22,03	33,02
01/08/92	230.000,00	124.664,00	23,57	45,79

5. Taxa de Recomposição da Perda Salarial

É a taxa que deve ser incorporada ao salário para que o indivíduo recupere o poder de compra. (perda zero).

$$S(1+r)(1+i_{recomp}) = S_i = S(1+i) \Rightarrow$$

$$i_{recomp} = \frac{1+i}{1+r} - 1$$

No caso do indivíduo que teve um reajuste de 20% com uma inflação de 25%, ele deverá ter um reajuste de:

$$i_{recomp} = \frac{1+0,25}{1+0,2} - 1 = 0,0416$$

ou seja 4,16%, pois 20% acumulado com 4,16% é igual a 25%!!!!

6. Depreciação - Desvalorização

É o valor real de um bem desvalorizado pela inflação.

$$V_{REAL} = \frac{V}{(1+i)}$$

onde V = Valor inicial e i = taxa de inflação no período

O valor real de uma cédula de R$ 100,00 desde que a mesma foi lançada no mercado é de R$ 37,40 onde a inflação no período foi de 167,35% (jul 94 a jul.03).

$$V_{REAL} = \frac{100}{(1+1,6735)} = 37,40$$

Comumente os conceitos de depreciação e desconto são confundidos, ou seja, um determinado bem que tenha um valor nominal de R$ 100,00, depois de 20% de inflação em um certo período, calcula-se o valor Real com sendo igual a R$ 80,00 ao invés de R$ 83,33 (Confira!!!)

7. Planos de Pagamentos

Suponhamos que um determinado supermercado na compra de um televisor 14” no valor de R$ 500,00, preço de tabela, oferece aos seus clientes duas formas de pagamentos:

A. Pagamento à vista com 10% de desconto sobre o preço do televisor
B. Pagamento em 30 dias pelo preço de tabela

Então qual é o plano mais vantajoso para o consumidor sabendo que a taxa de rentabilidade i é igual a 8% ao mês?

O problema resume-se a fazer a comparação entre os dois valores envolvidos, ou seja, o que é melhor para o consumidor? Pagar o valor de R$ 450,00 no ato da compra, que corresponde ao valor de tabela com 10% de desconto ou R$ 500,00 daqui a 30 dias. Para compararmos esses valores devemos utilizar a taxa de rentabilidade existente que é de 8% em 30 dias. Note que essa comparação somente poderá ser efetuada no mesmo instante. Sendo assim existem duas possibilidades:

a) Calcular o valor correspondente a R$ 450,00 daqui a 30 dias com uma rentabilidade de 8%;

ou

b) Calcular o valor correspondente a R$ 500,00 no ato da compra.

Utilizando tanto (a) como (b), o plano mais vantajoso para o consumidor é aquele que representa o menor valor. Se indicarmos V_A o valor correspondente ao plano A e V_B o valor correspondente ao plano B, então teremos:

$V_A = 450{,}00 \cdot (1+0{,}08) = 486{,}00 < V_B = 500{,}00$ logo A é mais vantajoso para o consumidor utilizando (a), ou

$V_A = 450{,}00 < V_B = \dfrac{500}{1+0{,}08} = 462{,}96$ utilizando (b).

De uma maneira geral, podemos fazer uma análise dos intervalos onde cada plano é mais vantajoso:

A $\quad V\text{-}dV \longrightarrow$

$\qquad\qquad taxa\ i$

$B \quad \longrightarrow \quad V$

A é mais vantajoso que B se $V(1-d)(1+i)<V$ ou seja $d>\dfrac{i}{1+i}$, caso contrário B é mais vantajoso que A. Se $d=\dfrac{i}{1+i}$ os planos são equivalentes.

Capítulo III - Sistemas de Amortização

1. Sistema Price - Parcelas Iguais

Uma instituição financeira concedeu a um indivíduo um crédito no valor de R$ 20.100,00, para ser pago em 12 parcelas iguais, com vencimento da 1ª parcela em 30 dias e periodicidade mensal de amortização e juros de 2,90% a.m.. Então:

a) Determine o valor da parcela a ser paga mensalmente;
b) Determine o valor de cada parcela de juros paga e o valor a ser amortizado mensalmente;

• ***Prestações Iguais - Sistema Price***

A questão principal envolvida nesse problema é a do pagamento de um crédito concedido pelo Banco no valor de R$ 20.100,00. A taxa cobrada pela instituição era de 2,90% a.m. e o prazo para liquidação total do débito era de 12 meses. A priori, podemos afirmar que nesse período o Banco deveria receber a quantia de R$ 28.325,69 (R$ 20.100,00 pelo principal e R$ 8.325,69 pelos juros). Uma das formas existentes de efetuar tal pagamento é utilizar uma modalidade de financiamento denominada Sistema Price .

O financiamento nesse sistema é pago em prestações iguais, cada uma sendo subdividida em duas parcelas:

a) **juros do período** (calculados sobre o saldo da divida no início do período) e,
b) **amortização do principal** (correspondente ao pagamento parcial ou integral do principal e obtida a partir da diferença do valor da prestação e o valor dos juros no período).

Resumindo, no sistema " Price", para qualquer prestação é valida a relação abaixo:

PRESTAÇÂO = JUROS + AMORTIZAÇÂO

Dessa maneira ao longo do tempo, os juros vão decrescendo ao passo que as amortizações vão crescendo, de tal modo que a soma dessas duas parcelas se mantenha sempre igual ao valor constante da prestação. Sendo assim, o próximo passo é determinar qual o valor da parcela a ser pago mensalmente, de tal maneira, que efetuando esses 12 pagamentos mensais isso seja equivalente ao pagamento integral do montante da divida daqui a 12 meses. Na pratica esse problema se resolve utilizando a ***equação básica de juros compostos*** $(1+i)^n$, para a capitalização do principal e de cada parcela. Logo podemos obter a fórmula matemática para o cálculo do valor da parcela P:

$$\boxed{P = V(1+i)^n \, i / ((1+i)^n - 1)}$$

Onde V é o valor do principal, i a taxa do período e n número de períodos.

Logo, encontramos o valor para P, que é de R$ 2.007,25. Podemos observar, que por definição, o Sistema Price tem a conceituação de juros compostos ou juros sobre juros. A partir do valor encontrado para a parcela, podemos construir uma tabela denominada tabela Price utilizando as definições impostas ao sistema e descritas nos itens (a) e (b) acima:

SISTEMA PRICE

Parcela	Valor da parcela	Juros	Amortização	Saldo devedor
1ª	2.007,25	582,90	1.424,35	18.675,65
2ª	2.007,25	541,59	1.465,66	17.209,99
3ª	2.007,25	499,09	1.508,16	15.701,83
4ª	2.007,25	455,35	1.551,90	14.149,94
5ª	2.007,25	410,35	1.596,90	12.553,04
6ª	2.007,25	364,04	1.643,21	10.909,82
7ª	2.007,25	316,38	1.690,87	9.218,96
8ª	2.007,25	267,35	1.739,90	7.479,06
9ª	2.007,25	216,89	1.790,36	5.688,70
10ª	2.007,25	164,97	1.842,28	3.846,42
11ª	2.007,25	111,55	1.895,70	1.950,72
12ª	2.007,25	56,57	1.950,72	-

A soma das capitalizações de cada parcela é dada pela expressão:

$$\mathbf{S = 2.007{,}25\ (1+0{,}029)^{12} + 2.007{,}25\ (1+0{,}029)^{11} + \ldots + 2.007{,}25 = 28.325{,}69}$$

que corresponde ao montante do valor emprestado de R$ 20.100,00 capitalizados mensalmente por um período de 12 meses. Pela tabela acima construída fica difícil de observarmos que o método Price está concebido pela formulação de juros compostos.

• ***Sobre o valor de Amortização***

A partir da relação principal parcela = juros + amortização, podemos escrever que:

$P = J_1 + A_1 = J_2 + A_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = J_n + A_n$, onde J_n e A_n correspondem respectivamente aos valores de juros pagos e amortizados na n-ésima parcela. Assim sendo podemos escrever

$$V\,i + A_1 = (V - A_1)\,i + A_2 \Rightarrow A_2 = A_1(1+i)$$

e por recorrência

$$A_n = A_1(1+i)^{n-1}$$

2. Sistema de Amortizações Constantes - SAC

Uma instituição financeira concedeu a um indivíduo um crédito no valor de R$ 18.000,00, para ser pago em 08 parcelas iguais, com vencimento da 1ª parcela em 30 dias e periodicidade mensal de amortização e juros de 1,50% a.m.. Então:

a) Determine o valor da parcela a ser paga mensalmente ;
b) Determine o valor de cada parcela de juros a ser paga e o valor a ser amortizado mensalmente;

• ***Amortizações constantes***

A questão principal envolvida nesse problema é a do pagamento de um crédito concedido pelo Banco no valor de R$ 18.000,00 (sendo oito parcelas no valor de R$ 2.250,00). A taxa cobrada pela instituição era de 1,50% a.m. e o prazo para liquidação total do débito era de 08 meses. A priori, podemos afirmar que nesse período, o Banco deveria receber a quantia de R$ 20.276,86 (R$ 18.000,00 pelo principal e R$ 2.276,86 pelos juros). Uma das formas existentes de efetuar tal pagamento é utilizar uma modalidade de financiamento denominada ***Sistema de Amortização Constante S.A.C.***.

O financiamento nesse sistema é pago em prestações iguais, cada uma sendo subdividida em duas parcelas:

a) **juros do período** (calculados sobre o saldo da divida no início do período) e,
b) **amortização do principal** (sempre constante e calculada a partir do valor principal).

Resumindo, no sistema de Amortização Constante, para qualquer prestação é valida a relação abaixo:

PRESTAÇÂO = JUROS + AMORTIZAÇÂO

Dessa maneira ao longo do tempo, os juros vão decrescendo ao passo que as prestações vão decrescendo aritmeticamente, de tal modo que a soma dessas duas parcelas se mantenha sempre igual ao valor da prestação. Sendo assim, o próximo passo é determinar qual o valor da parcela a ser pago mensalmente, de tal maneira, que efetuando esses 08 pagamentos mensais isso seja equivalente ao pagamento integral do montante da divida daqui a 08 meses. Na pratica esse problema se resolve utilizando a ***equação básica de juros simples***, para o cálculo do juros devido em cada parcela . Logo podemos obter a fórmula matemática para o cálculo do valor da parcela P_k:

$$P_k = \frac{S}{n} + S_{k-1} i$$

Onde S é o valor do principal, S_{k-1} é o valor do saldo devedor no início da cada período, i a taxa do período e n número de períodos.

Logo, encontramos o valor para P_1, que é de R$ 2.520,00. Podemos observar, que por definição, o Sistema Price tem a conceituação de juros compostos ou juros sobre juros. A partir do valor encontrado para a parcela, podemos construir uma tabela denominada tabela Price utilizando as definições impostas ao sistema e descritas nos itens (a) e (b) acima:

SAC

Parcela	Valor da parcela	Juros	Amortização	Saldo devedor
1ª	2520,00	270,00	2250	15750
2ª	2486,25	236,25	2250	13500
3ª	2452,50	202,50	2250	11250
4ª	2418,75	168,75	2250	9000
5ª	2385,00	135,00	2250	6750
6ª	2351,25	101,25	2250	4500
7ª	2317,50	67,50	2250	2250
8ª	2283,75	33,75	2250	0

A soma das capitalizações de cada parcela é dada pela expressão:

$$\mathbf{S = 2.520{,}00\,(1+0{,}015)^7 + 2.486{,}25\,(1+0{,}015)^6 + ... + 2.283{,}75 = 20.276{,}86}$$

que corresponde ao montante do valor emprestado de R$ 18.000,00 capitalizados mensalmente por um período de 08 meses. Pela tabela acima construída fica difícil de observarmos que o método Price está concebido pela formulação de juros compostos.

• ***Sobre o valor de Amortização***

$A = A_1 = A_2 = ...= A_n$, e então $P_k = A + S_{k-1} \cdot i$

a) Existe uma fórmula de recorrência para P_k ?
b) Mostre que o S.A.C. realmente amortiza ?
c) Estabeleça comparações com o Método Price e SAC.

3. Sistema de Amortizações Geométricas - SAG

Uma instituição financeira concedeu a um indivíduo um crédito no valor de R$ 18.000,00, para ser pago em 08 parcelas iguais, com vencimento da 1ª parcela em 30 dias e periodicidade mensal de amortização e juros de 1,50% a.m.. Então:

a) Determine o valor da parcela a ser paga mensalmente ;
b) Determine o valor de cada parcela de juros a ser paga e o valor a ser amortizado mensalmente;

• ***Prestações Geométricas***

A questão principal envolvida nesse problema é a do pagamento de um crédito concedido pelo Banco no valor de R$ 18.000,00 (sendo oito parcelas no valor de R$ 2.250,00). A taxa cobrada pela instituição era de 1,50% a.m. e o prazo para liquidação total do débito era de 08 meses. A priori, podemos afirmar que nesse período, o Banco deveria receber a quantia de R$ 20.276,86 (R$ 18.000,00 pelo principal e R$ 2.276,86 pelos juros). Uma das formas existentes de efetuar tal pagamento é utilizar uma modalidade de financiamento denominada ***Sistema de Amortização Geométrica*** .

O financiamento nesse sistema é pago em prestações iguais, cada uma sendo subdividida em duas parcelas:

a) **juros do período** (calculados sobre o saldo da divida no início do período) e,
b) **amortização do principal** (correspondente ao pagamento parcial ou integral do principal e obtida a partir da diferença do valor da prestação e o valor dos juros no período).

Resumindo, no sistema de Amortização Geométrica, para qualquer prestação é valida a relação abaixo:

PRESTAÇÂO = JUROS + AMORTIZAÇÂO

Dessa maneira ao longo do tempo, os juros vão decrescendo ao passo que as amortizações vão crescendo, de tal modo que a soma dessas duas parcelas se mantenha sempre igual ao valor constante da prestação. Sendo assim, o próximo passo é determinar qual o valor da

parcela a ser pago mensalmente, de tal maneira, que efetuando esses 08 pagamentos mensais isso seja equivalente ao pagamento integral do montante da divida daqui a 08 meses. Na pratica esse problema se resolve utilizando a ***equação básica de juros compostos*** $\boldsymbol{(1+i)^n}$, para a capitalização do principal e de cada parcela. Logo podemos obter a fórmula matemática para o cálculo do valor da parcela P_k:

$$P_k = V_n (1+i)^k$$

Onde V_k é o valor do principal de cada parcela, i a taxa do período e n número de períodos.

Logo, encontramos o valor para P_1, que é de R$ 2.283,75. Podemos observar, que por definição, o Sistema SAG tem a conceituação de juros compostos ou juros sobre juros. A partir do valor encontrado para a parcela, podemos construir uma tabela denominada tabela Price utilizando as definições impostas ao sistema e descritas nos itens (a) e (b) acima:

SAG

Parcela	Valor da parcela	Juros	Amortização	Saldo devedor
1ª	2283,75	270,00	2.013,75	15.986,25
2ª	2318,01	239,79	2.078,21	13.908,04
3ª	2352,78	208,62	2.144,16	11.763,88
4ª	2388,07	176,46	2.211,61	9.552,27
5ª	2423,89	143,28	2.280,60	7.271,67
6ª	2460,25	109,08	2.351,17	4.920,49
7ª	2497,15	73,81	2.423,34	2.497,15
8ª	2534,61	37,46	2.497,15	0,00

A soma das capitalizações de cada parcela é dada pela expressão:

$$\mathbf{S = 2.383{,}75\ (1+0{,}015)^7 + 2.318{,}01\ (1+0{,}015)^6 + \ldots + 2.534{,}61 = 20.276{,}86}$$

que corresponde ao montante do valor emprestado de R$ 18.000,00 capitalizados mensalmente por um período de 08 meses. Pela tabela acima construída fica difícil de observarmos que o método SAG está concebido pela formulação de juros compostos.

• ***Sobre o valor de Amortização***

A partir da relação principal parcela = juros + amortização, podemos escrever que:

$P = J_1 + A_1 = J_2 + A_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = J_n + A_n$, onde J_n e A_n correspondem respectivamente aos valores de juros pagos e amortizados na n-ésima parcela. Então:

a) Existe uma fórmula de recorrência para A_n ?
b) Mostre que o S.A.G. realmente amortiza ?
c) Estabeleça comparações com o Método Price.

4. Sistema de Amortizações Mistas - SAM

Uma instituição financeira concedeu a um indivíduo um crédito no valor de R$ 18.000,00, para ser pago em 08 parcelas iguais, com vencimento da 1ª parcela em 30 dias e periodicidade mensal de amortização e juros de 1,50% a.m.. Então:

c) Determine o valor da parcela a ser paga mensalmente ;
d) Determine o valor de cada parcela de juros a ser paga e o valor a ser amortizado mensalmente;

• ***Prestações Mistas***

A questão principal envolvida nesse problema é a do pagamento de um crédito concedido pelo Banco no valor de R$ 18.000,00. A taxa cobrada pela instituição era de 1,50% a.m. e o prazo para liquidação total do débito era de 08 meses. A priori, podemos afirmar que nesse período, o Banco deveria receber a quantia de R$ 20.276,86 (R$ 18.000,00 pelo principal e R$ 2.276,86 pelos juros). Uma das formas existentes de efetuar tal pagamento é utilizar uma modalidade de financiamento denominada ***Sistema de Amortização Mista***, que é uma composição dos sistemas Price e Amortizações Constantes .

O financiamento nesse sistema é pago em prestações decrescentes, cada uma sendo subdividida em duas parcelas:

a) **juros do período** (calculados sobre o saldo da divida no início do período) e,
b) **amortização do principal** (correspondente ao pagamento parcial ou integral do principal e obtida a partir da diferença do valor da prestação e o valor dos juros no período).

Resumindo, no sistema de Amortização Mista, para qualquer prestação é valida a relação abaixo:

PRESTAÇÂO = JUROS + AMORTIZAÇÂO

Dessa maneira ao longo do tempo, os juros vão decrescendo ao passo que as amortizações vão crescendo, de tal modo que a soma dessas duas parcelas se mantenha sempre igual ao valor da prestação. Sendo assim, o próximo passo é determinar qual o valor da parcela a ser pago mensalmente, de tal maneira, que efetuando esses 08 pagamentos mensais isso seja equivalente ao pagamento integral do montante da divida daqui a 08 meses. Logo podemos obter a fórmula matemática para o cálculo do valor da parcela P_k:

$$P_k = \frac{P_{price} + P_{sac_k}}{2}$$

Logo, encontramos o valor para P_1, que é de R$ 2.462,26. A partir do valor encontrado para a parcela, podemos construir uma tabela denominada tabela SAM utilizando as definições impostas ao sistema e descritas nos itens (a) e (b) acima:

SISTEMA SAM

Parcela	Valor da parcela	Juros	Amortização	Saldo devedor
1ª	2.462,26	270,00	2.192,26	15.807,75
2ª	2.445,38	237,12	2.208,26	13.599,48
3ª	2.428,51	203,99	2.224,51	11.374,97
4ª	2.411,63	170,62	2.241,01	9.133,96
5ª	2.394,76	137,01	2.257,75	6.876,22
6ª	2.377,88	103,14	2.274,74	4.601,48
7ª	2.361,01	69,02	2.291,98	2.309,50
8ª	2.344,13	34,64	2.309,49	-

A soma das capitalizações de cada parcela é dada pela expressão:

$$\mathbf{S = 2.462,26\ (1+0,015)^{7} + 2.445,26\ (1+0,015)^{6} + \ldots + 2.344,13 = 20.276,86}$$

que corresponde ao montante do valor emprestado de R$ 18.000,00 capitalizados mensalmente por um período de 08 meses.

• ***Sobre o valor de Amortização***

A partir da relação principal parcela = juros + amortização, podemos escrever que:
$C_k = C_1\ (1+i)^k$ e $B_k = B_1 = B_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = B_n = V/n$, onde C_k e B_k correspondem respectivamente aos valores amortizados na k-ésima parcela, nos sistemas Price e SAC. Então:

a) Existe uma fórmula de recorrência para A_k , o valor amortizado na k-ésima parcela no SAM?
b) Mostre que o S.A.M. realmente amortiza ?
c) Estabeleça comparações com o Price e SAC
d) A "mistura" entre SAG e SAC é um sistema de Amortização ? De uma maneira geral, dados A e B dois sistemas de amortizações, e se definirmos Um sistema C, onde a parcela de C é a média aritmética das parcelas de A e B. Então C é um sistema de amortização?

5. Sistema Alemão de Amortização

Uma instituição financeira concedeu a um indivíduo um crédito no valor de R$ 12.000,00, para ser pago em 12 parcelas iguais, com vencimento da 1ª parcela em 30 dias e periodicidade mensal de amortização e juros de 3,0% a.m.. Então:

a) Determine o valor da parcela a ser paga mensalmente ;

b) Determine o valor de cada parcela de juros a ser paga e o valor a ser amortizado mensalmente;

• ***Pagamento de juros antecipados***

Nesse sistema, a parcela de juros em k é antecipada, sendo calculada como $j_k = S_k i$, $k = 1,2,3,...,n$, e os pagamentos são $p_0 = V.i$ e $p_1 = p_2 = ... = p_n = P$, constantes. Ou seja, nesse caso as parcelas são iguais. Então

$p_k = j_k + a_k = S_k i + a_k = j_{k+1} + a_{k+1} = S_{k+1} i + a_{k+1}$ mas como $S_{k+1} = S_k - a_{k+1}$ então

$S_k i + a_k = (S_k - a_{k+1})i + a_{k+1}$ assim sendo $a_{k+1} = \dfrac{a_k}{1-i}$, ou seja a seqüência na formam uma progressão geométrica de razão $\dfrac{1}{1-i}$.

• ***Sobre o valor da amortização***

Partindo da relação encontrada anteriormente temos:

$$a_1 + a_2 + .. + a_n = a_1 + \frac{a_1}{1-i} + .. + \frac{a_1}{(1-i)^{n-1}} = V$$

Portanto

$$a_1 = \frac{Vi}{(1-i)^{1-n} - (1-i)}$$

Como $p_n = j_n + a_n = S_n i + a_n = P$ *e* $S_n = 0$, tem-se que $P = a_n$ *e* $j_n = 0$.

O financiamento nesse sistema é pago em prestações iguais, cada uma sendo subdividida em duas parcelas:

a) **juros do período** (calculados sobre o saldo da divida no início do período) e,

b) **amortização do principal** (correspondente ao pagamento parcial ou integral do principal e obtida a partir da diferença do valor da prestação e o valor dos juros no período).

Resumindo, no sistema Alemão para qualquer prestação é valida a relação abaixo:

PRESTAÇÂO = JUROS + AMORTIZAÇÂO

Logo, encontramos o valor para a_1, que é de R$ 841,10. A partir do valor encontrado para a primeira amortização, podemos construir uma tabela denominada tabela Alemão utilizando as definições impostas ao sistema e descritas nos itens (a) e (b) acima:

SISTEMA ALEMÃO

Parcela	Juros	Amortização	Pagamento	Saldo devedor
	360,00	-	360,00	12.000,00
1ª	334,77	841,10	1.175,86	11.158,90
2ª	308,75	867,11	1.175,86	10.291,79
3ª	281,94	893,93	1.175,86	9.397,86
4ª	254,29	921,58	1.175,86	8.476,29
5ª	225,79	950,08	1.175,86	7.526,21
6ª	196,40	979,46	1.175,86	6.546,74
7ª	166,11	1.009,76	1.175,86	5.536,99
8ª	134,88	1.040,98	1.175,86	4.496,01
9ª	102,68	1.073,18	1.175,86	3.422,82
10ª	69,49	1.106,37	1.175,86	2.316,45
11ª	35,28	1.140,59	1.175,86	1.175,86
12ª	0,00	1.175,86	1.175,86	0,00

6. Sistema de Amortização Crescente - SACRE

Atualmente utilizado pela Caixa Econômica Federal na concessão de financiamentos para a aquisição de terrenos e da casa própria. Esse tipo de plano de amortização tende a evitar o aparecimento do resíduo final. A dinâmica desse sistema é que o saldo devedor deverá ser refinanciado periodicamente conforme a seguinte regra:

a) A prestação *P* é mantida constante durante no primeiro ano (dois anos em geral)
b) A prestação é recalculada anualmente de acordo com o SAC, com base no Saldo devedor existente.
c) Valores pós-fixados (simulação com a TR de 0,5 % a.m.)

Um certo indivíduo deseja comprar um terreno que custa hoje R$ 10.000,00. Para isso terá que financiá-la pela Caixa Econômica Federal. As condições pra o financiamento são as seguintes:

Sistema de Financiamento: SACRE
Taxa de Juros: 1,0 % a.m.
Correção Monetária : 12% a.a.
Período do Financiamento: 36 meses

a) Elabore uma tabela de amortização para o primeiro financiamento sem correção monetária;

SACRE – SEM CORREÇÃO MONETÁRIA

n	PARCELA	JUROS	AMORTIZAÇÃO	SALDO DEVEDOR
0				10.000,00
1	377,78	100,00	277,78	9.722,22
2	377,78	97,22	280,56	9.441,66
3	377,78	94,42	283,36	9.158,30
4	377,78	91,58	286,20	8.872,10
5	377,78	88,72	289,06	8.583,05
6	377,78	85,83	291,95	8.291,10
7	377,78	82,91	294,87	7.996,23
8	377,78	79,96	297,82	7.698,41
9	377,78	76,98	300,80	7.397,61
10	377,78	73,98	303,80	7.093,81
11	377,78	70,94	306,84	6.786,97
12	377,78	67,87	309,91	6.477,06
13	334,65	64,77	269,88	6.207,18
14	334,65	62,07	272,58	5.934,60
15	334,65	59,35	275,30	5.659,30
16	334,65	56,59	278,06	5.381,24
17	334,65	53,81	280,84	5.100,40

18	334,65	51,00	283,65	4.816,76
19	334,65	48,17	286,48	4.530,27
20	334,65	45,30	289,35	4.240,93
21	334,65	42,41	292,24	3.948,69
22	334,65	39,49	295,16	3.653,52
23	334,65	36,54	298,11	3.355,41
24	334,65	33,55	301,10	3.054,31
25	285,07	30,54	254,53	2.799,79
26	285,07	28,00	257,07	2.542,71
27	285,07	25,43	259,64	2.283,07
28	285,07	22,83	262,24	2.020,83
29	285,07	20,21	264,86	1.755,97
30	285,07	17,56	267,51	1.488,46
31	285,07	14,88	270,19	1.218,27
32	285,07	12,18	272,89	945,39
33	285,07	9,45	275,62	669,77
34	285,07	6,70	278,37	391,40
35	285,07	3,91	281,16	110,24
36	285,07	1,10	283,97	(173,72)

A primeira linha da tabela de amortização é calculada pelo SAC, ou seja,

$A_1 = \dfrac{10000}{36} = 277,78$ e $J_1 = 10000.0,01 = 100$ e $P_1 = 377,78$. O valor da parcela permanece constante pelo período de 12 meses. No final desse período o valor da parcela é recalculado utilizando a mesma metodologia tomando como base o Saldo devedor depois de 12 meses, ou seja sobre o valor de S_{12} = 6.477,06. Assim P_{13} = 334,65. Analogamente calculamos o valor de P_{25} = 285,07 sobre um Saldo devedor de 3.054,31. Ao final de 36 meses teremos um resíduo de -173,72.

b) Elabore uma tabela de amortização para o primeiro financiamento com correção monetária; (Tente que é fácil!!!!). Qual será o resíduo?

7. Outros Sistemas de Financiamentos

7.1 Pagamento no Final

Nesse caso o financiamento é pago de uma única vez, no final do n-ésimo período. Os juros são capitalizados no final de cada período.

Uma instituição financeira concedeu a um indivíduo um crédito no valor de R$ 10.000,00, para ser pago em 05 parcelas iguais, com pagamento no final do período e juros de 2,0% a.m.. Então:

a) Determine o valor da parcela de juros a ser capitalizada mensalmente;

b) Determine o valor total a ser pago no final.

Parcela	Valor da parcela	Juros	Amortização	Saldo devedor
1ª	0,00	200,00	-200,00	10.200,00
2ª	0,00	204,00	-204,00	10.404,00
3ª	0,00	208,08	- 208,08	10.612,08
4ª	0,00	212,25	- 212,25	10.824,33
5ª	11.040,81	216,48	10.824,33	0,00
Total	11.040,81	1.040,81	10.000,00	

7.2 Pagamento periódico de juros e amortização no final

Parcela	Valor da parcela	Juros	Amortização	Saldo devedor
1ª	200,00	200,00	0,00	10.000,00
2ª	200,00	200,00	0,00	10.000,00
3ª	200,00	200,00	0,00	10.000,00
4ª	200,00	200,00	0,00	10.000,00
5ª	10.200,00	200,00	10.000,00	0,00

ATIVIDADE 1 - "OFERTA E DEMANDA"

1) Foi feita uma análise de vendas no supermercado CARREFIVE para o televisor 20 “METUSUBICHA, e concluiu que seus clientes irão comprar 25% a mais de seus televisores se houver um desconto de R$ 100,00 no preço unitário de cada televisor. Quando o preço é de R$ 500,00 são vendidos 4000 televisores. Então

   a) Ache a equação da DEMANDA LINEAR ($y= mx+b$)
   b) Ache a equação da Receita Total
   c) Ache a equação da DEMANDA EXPONENCIAL ($y= a\,e^{bX}$)
   d) A partir de que valor o televisor não será mais vendido nos itens a e c;
   e) Para que preço o valor da receita será máxima?
   f) Faça um esboço do gráfico das funções encontradas.
   g) Faça uma crítica dos modelos encontrados

2) Se o mesmo supermercado resolve fazer uma promoção desse televisor. Ao preço de R$ 500,00 são oferecidos 4000 televisores e ao preço de R$ 300,00 são oferecidos 2000 televisores. Então,

   a) Ache a equação da OFERTA LINEAR
   b) Ache a equação da OFERTA EXPONENCIAL
   c) A partir de que valor o televisor começara a ser oferecido nos itens a e b;
   d) Faça um esboço do gráfico das funções encontradas.
   e) Ache o ponto de equilíbrio de mercado para a oferta/demanda desse televisor.

ATIVIDADE 2 - "CUSTO E RECEITA"

Suponhamos agora que o fabricante desse televisor mantenha constante o preço do televisor, vendendo esse modelo a R$ 500,00 por unidade. Então:

a) Qual é a receita total na venda de 5000 televisores? Qual é a equação da receita total? Esboce o gráfico;
b) Os custos fixos são mantidos constantes em R$ 300.000,00, independentemente do número de unidades do produto em questão. Esboce o gráfico superpondo-o ao do item (a);
c) O custo total é a soma dos custos variáveis e fixos. Na METESUBICHA, os custos variáveis são estimados em 40% da receita total. Qual é o custo total quando são vendidos 5000 televisores? Esboce o gráfico superpondo-o ao do item (a);

d) Qual é o ponto de equilíbrio? Indique este ponto no gráfico e resolva para a quantidade correspondente vendida. Localize no gráfico a quantidade com a qual o fabricante cobrirá seus custos fixos.

ATIVIDADE 3 - ORÇAMENTO DOMÉSTICO

Um pobre indivíduo "trabalhador" conseguia "equilibrar" o seu orçamento doméstico uma renda mensal R. Sabe-se que os seus gastos eram feitos principalmente com aluguel, supermercados, transportes, plano de saúde, vestuário e outros (cerveja, lazer, cinema,....etc.). A distribuição com os gastos no ano passado foi a seguinte:

item	**%**
Aluguel	25
Transporte	20
Supermercado	30
Plano de Saúde	15
Vestuário	5
Outros	5

Assim sendo:

a) Qual será a nova distribuição orçamentária, se os gastos necessários sofreram o seguinte reajuste: aluguel (10%), supermercado (5%), transporte (20%), plano de saúde (10%) e vestuário (15%). Suponha que a sua renda mensal seja a mesma e que aluguel, supermercado , plano de saúde e transporte sejam indispensáveis...

b) E se a sua renda mensal sofrer um reajuste da ordem de 8%, então como ficariam os seus gastos? Considere os dados do item (a).

c) Qual o reajuste mínimo para que possam ser garantidos todos os itens descritos em (a)?:

ATIVIDADE 4 – MENSALIDADES ESCOLARES

O Colégio Subjetivo utiliza 80% das mensalidades escolares para pagar a folha de pagamento dos professores (Receita do colégio é composto pela soma das mensalidades). Então:

a) Sabendo que o colégio pretende reajustar o salário dos professores em 20%, e que de agora em diante ele se vê obrigado a utilizar no máximo 60% de sua receita para a folha de pagamento dos professores, assim qual deveria ser a taxa de reajuste das mensalidades?

b) Qual seria ao reajuste dos professores, se o colégio reajustasse as mensalidades em 50%, e que toda a receita fosse gasta com a folha de pagamento dos professores?

ATIVIDADE 5 - "O PLANO COLLOR"

CÁLCULO DO VALOR DEVIDO EM FUNÇÃO DO PLANO COLLOR - ESTIMATIVA DAS PERDAS OCORRIDAS EM RAZÃO DO BLOQUEIO DOS ATIVOS FINANCEIROS COM O PLANO COLLOR

Antes da Medida Provisória nº 168, de 15 de Março de 1990, convertida pelo Congresso, na íntegra, na Lei nº 8024, de 12 de Abril de 1990 a determinação do valor nominal do indexador oficial - o BTN era feito segundo a variação do IPC do IBGE. Após, tendo o seu valor sido mantido constante ao longo do mês de abril (ou seja, a "inflação oficial" do mês de abril foi mantida como nula) , o valor nominal do BTN passou a ser utilizado segundo a variação do então criado IRVF. Desta maneira somente no mês de abril de 1990, tendo presente que a taxa de variação do IPC foi de 44,80%, segue-se que os credores dos cruzados novos bloqueados tiveram uma perda igual 30,94% do valor bloqueado.

Para melhor visualizar a perda acumulada até o final do bloqueio propriamente dito, causada pela mudança na determinação do valor do BTN, consideremos a tabela abaixo. Nesta que se refere ao caso da Caderneta de Poupança, que recebe juros mensais à taxa de 0,5% a.m incidente sobre os valores dos saldos monetariamente atualizados segundo o valor nominal do BTN (sistemática que era também, aproximadamente, a adotada para a remuneração dos ativos bloqueados) tem-se uma comparação entre o que efetivamente ocorreu no período de 1º de abril de 1990 e 1º de fevereiro de 1991 (período esse da existência do BTN que foi extinta a partir de 1 de fevereiro de 1991, pela Lei nº 8177, de 1º de março de 1991, dando lugar ao novo indexador oficial a TR) , e o que teria ocorrido se houvesse sido mantida a atualização monetária segundo a variação do IPC.

Tabela 1 : Estimativa das perdas da Caderneta de Poupança

taxas mensais de variação (%)

Mês	**IPC**	**IRVF**	**Poupança IPC**	**Poupança IRVF**	**Taxa de recomposição**	**Perda sobre o Valor Bloqueado**
Abr.90	44,80	------	45,52	0,5		
Mai.90	7,87	5,38	8,41	5,9		
Jun.90	9,55	9,61	10,10	10,16		
Jul.90	12,92	10,79	13,48	11,34		
Ago.90	12,03	10,58	12,59	11,13		
Set.90	12,76	12,85	13,32	13,41		
Out.90	14,20	13,71	14,77	14,28		
Nov.90	15,58	16,64	16,16	17,22		
Dez.90	18,30	19,39	18,89	19,99		
Jan.91	19,91	20,21	20,50	20,81		
Acumulado						

Então:

a) Calcule na tabela acima a perda mês a mês e a perda total com o bloqueio dos cruzados;

b) Calcule a taxa de recomposição mês a mês e a taxa de recomposição, de tal maneira que a perda seja nula.

ATIVIDADE 6 - CHEQUE ESPECIAL

Um indivíduo abriu em um banco uma conta especial que lhe permite sacar cheques a descoberto até um certo limite . O banco cobra uma taxa de 15% a.m. sobre o saldo devedor do cliente . Admitamos que tal conta no início do mês tinha um saldo de R$ 200,00 e que durante o mês teve o seguinte movimento de sua conta :

DATA	OPERAÇÃO	VALOR
01/08	cheque	600,00
06/08	depósito	500,00
11/08	cheque	600,00
21/08	depósito	500,00
26/08	cheque	1000,00

Então, qual o total de juros devidos ao banco no mês de setembro se:

a) O regime for de juros simples?
b) O regime for de juros compostos?
c) E se fosse cobrada a "famosa" CPMF com alíquota de 0,38% sobre cada movimentação financeira, então qual seria o saldo do cliente no início de setembro ?

ATIVIDADE 7 – "PLANOS DE PAGAMENTOS"

Um certo indivíduo resolveu comprar uma TV Philips 14" e se deparou com os seguintes planos de pagamentos:

Plano A: Pagamento à vista de R$ 320,00
Plano B: Em três prestações iguais e mensais de R$ 130,00 , sendo uma entrada.

Então:

a) Qual foi a taxa financeira usada pela loja ?
b) Qual o plano mais vantajoso se a taxa de poupança é de 6% a.m ?
c) Se fosse usada uma taxa financeira de 12% a.m., então qual seria o valor da prestação ? (Suponha com entrada e sem entrada)
d) Se essa TV fosse financiada em 5 parcelas iguais e sem entrada a uma taxa de 3% a.m., então qual seria o meu saldo devedor após o pagamento da terceira parcela ?

ATIVIDADE 8 - " SAIBA QUANTO PEDIR DE DESCONTO"

Preencha a tabela abaixo , para saber o quanto pedir de desconto, conforme a expectativa de juros mensais:

EXPECTATIVA DE JUROS	DUAS PRESTAÇÕES	TRÊS PRESTAÇÕES	QUATRO PRESTAÇÕES
1%			
2%			
3%			
4%			
5%			
6%			
7%			
8%			
9%			

ATIVIDADE 9 - "CHEQUE PRÉ - DATADO"

Na rede de postos IPIRANGA existem 2 formas de pagamentos para a compra de combustíveis:

Plano A: À vista com um desconto de R$ 0.02 por litro;
Plano B: Cheque pré-datado para 15 dias .

Então:

a) Qual o mais vantajoso, se a taxa de juros para cheque especial é de 12% a.m.?
b) De quanto deverá ser o desconto por litro, para que comprar à vista seja sempre mais vantajoso?

ATIVIDADE 10 - "IMPOSTO DE RENDA"

Um pobre indivíduo assalariado tem descontado na fonte todo mês uma parcela de imposto de renda sobre os seus rendimentos (após deduzidos os descontos previstos com dependentes, previdência, etc..). As alíquotas variam de acordo com o seu rendimento da seguinte maneira:

Rendimentos em jul/05	Alíquota (%)	Parcela a deduzir
Até R$ 1164,00	Isento	0,00
Acima de R$ 1164,00 a R$ 2.326,00	15	
Acima de R$ 2.326,00	27,5	

Então:

a) Faça um gráfico (imposto a pagar x rendimentos)
b) Encontre e preencha a coluna "PARCELA A DEDUZIR" para que não ocorram injustiças no cálculo....

ATIVIDADE 11 - " O CONSÓRCIO"

Entrar para um grupo de consórcio ,sem dúvida , é uma das únicas maneiras de conseguirmos comprar um carro 0 Km . Suponhamos que eu deseje entrar para grupo de 50 meses para um UNO MILLE FIRE 4p que custa hoje R$ 21.920,00. Então:

a) Se eu recebo hoje um salário de R$ 1.000,00 o qual deverá ser reajustado mensalmente em 5% daqui em diante, qual poderá ser o índice máximo de reajuste de maneira que eu não desista de pagar tal consórcio?
b) Se eu estabelecesse uma cota máxima de 50% para pagar esse consórcio,qual seria esse índice de reajuste?

ATIVIDADE 12 - "O SONHO DO POPULAR"

Um FIAT PALIO custa hoje R$ 23.200,00 preço de tabela. Supondo que esse automóvel deverá sofrer um reajuste mensal de 1,5 % a.m. , e que a poupança deverá render 1,0 % a.m. nos próximos dois anos,então:

a) Quanto deverei depositar mensalmente na poupança para que eu consiga comprar esse carro daqui a 2 anos? (O primeiro depósito daqui a 30 dias)
b) Se esse auto fosse reajustado pela taxa de poupança e eu depositasse mensalmente a quantia de R$ 800,00 , em quanto tempo eu conseguiria comprar tal popular?

ATIVIDADE 13 – PRICE PÓS-FIXADO

Um certo indivíduo, para reescalonar uma dívida existente com um Banco fez um empréstimo no valor de R$ 24.056,11, para ser pago em 12 meses, com a cobrança de juros pós-fixados pela TR de 3,00% a.m.

Sistema de Financiamento: Price

Taxa de Juros: 3,0% a.m.

Correção Monetária : TR

Período do Financiamento: 15/05/1995 a 15/05/1996

Data do vencimento da 1ª parcela : 15/06/1995

Então:

a) Calcule o valor da parcela sem correção monetária;
b) Construa a Tabela Price sem Correção Monetária;
c) Construa a Tabela Price com Correção Monetária.

CORREÇÃO MONETÁRIA (TR)

Período	Taxa (%)
15/05/1995 a 15/06/1995	3,336800%
15/06/1995 a 15/07/1995	2,961800%
15/07/1995 a 15/08/1995	2,810000%
15/08/1995 a 15/09/1995	2,349200%
15/09/1995 a 15/10/1995	1,687300%
15/10/1995 a 15/11/1995	1,631000%
15/11/1995 a 15/12/1995	1,578700%
15/12/1995 a 15/01/1996	1,036100%
15/01/1996 a 15/02/1996	1,393000%
15/02/1996 a 15/03/1996	0,769300%
15/03/1996 a 15/04/1996	0,633800%
15/04/1996 a 15/05/1996	0,657800%

Logo após o pagamento da segunda parcela, o individuo tornou-se inadimplente. Em 28/09/1995, a instituição financeira executou judicialmente esse individuo. Então determine o valor devido ao banco, sabendo que:

a) As parcelas vencidas em 15/08, 15/09 estão sujeitas a juros de 1%a.m.;
b) As parcelas vencidas de 15/10/1995 a 15/05/1996 foram consideradas antecipadas para 28/09/1995.

ATIVIDADE 14 - SAG PÓS-FIXADO

Um certo indivíduo, para reescalonar uma dívida existente com um Banco fez um empréstimo no valor de R$ 10,000,00 para ser pago em 06 meses, com a cobrança de juros de 2,0% e encargos pós-fixados pela TR.

Sistema de Financiamento: SAG
Taxa de Juros: 2,0% a.m.
Correção Monetária : TR
Período do Financiamento: 15/09/1995 a 15/05/1996
Data do vencimento da 1ª parcela : 15/10/1995

Então

a) Construa a Tabela de Amortização Geométrica sem Correção Monetária;
b) Construa a Tabela de Amortização Geométrica com Correção Monetária.
c) Calcule o período onde a parcela passa ser maior que o valor da parcela no Sistema Price;

CORREÇÃO MONETÁRIA (TR)

Período	Taxa (%)
15/09/1995 a 15/10/1995	1,687300%
15/10/1995 a 15/11/1995	1,631000%
15/11/1995 a 15/12/1995	1,578700%
15/12/1995 a 15/01/1996	1,036100%
15/01/1996 a 15/02/1996	1,393000%
15/02/1996 a 15/03/1996	0,769300%
15/03/1996 a 15/04/1996	0,633800%
15/04/1996 a 15/05/1996	0,657800%

Sabendo que não chegou a pagar nem a 1ª parcela e que em 30/12/1995, a instituição financeira executou judicialmente esse individuo. Então determine o valor devido ao banco, sabendo que:

a) As parcelas vencidas em 15/10, 15/11 e 15/12 estão sujeitas a juros de 1%a.m.;
b) As parcelas vencidas de 15/12/1995 a 15/05/1996 foram consideradas antecipadas para 30/12/1995.
c) Sobre o montante devido existe uma multa contratual de 10%.

ATIVIDADE 15 - AMORTIZAÇÃO MISTA - SAM

Um certo indivíduo, para reescalonar uma dívida existente com um Banco fez um empréstimo no valor de R$ 10,000,00 para ser pago em 08 meses, com a cobrança de juros de 2,0% e encargos pós-fixados pela TR.

Sistema de Financiamento: SAM

Taxa de Juros: 2,0% a.m.

Correção Monetária: TR

Período do Financiamento: 15/09/1995 a 15/05/1996

Data do vencimento da 1ª parcela: 15/10/1995

Então

a) Construa a Tabela de Amortização Mista sem Correção Monetária;
b) Construa a Tabela de Amortização Mista com Correção Monetária.
c) Calcule o período onde a parcela passa ser menor que o valor da parcela no Sistema Price;

CORREÇÃO MONETÁRIA (TR)

Período	Taxa (%)
15/09/1995 a 15/10/1995	1,687300%
15/10/1995 a 15/11/1995	1,631000%
15/11/1995 a 15/12/1995	1,578700%
15/12/1995 a 15/01/1996	1,036100%
15/01/1996 a 15/02/1996	1,393000%
15/02/1996 a 15/03/1996	0,769300%
15/03/1996 a 15/04/1996	0,633800%
15/04/1996 a 15/05/1996	0,657800%

Sabendo que o indivíduo chegou a pagar apenas a 1ª parcela e que em 20/12/1995, a instituição financeira executou judicialmente esse individuo. Então determine o valor devido ao banco, sabendo que:

a) As parcelas vencidas em 15/11 e 15/12 estão sujeitas a juros de 1%a.m. e correção pela TR;
b) As parcelas vencidas de 15/12/1995 a 15/05/1996 foram consideradas antecipadas para 30/12/1995.
c) Sobre o montante devido existe uma multa contratual de 2,0%.

ATIVIDADE 16 – PLANO ZERO

1) Desenvolver uma tabela de planos equivalentes de financiamentos, de acordo com as seguintes condições: principal (R$ 1.000,00), prazo de financiamento (5 meses), taxa de juros (5% a.m.), correção monetária (1,0% a.m.). Considere os planos existentes: PRICE, SAG, SAC e SAM.
2) A Chevrolet está liquidando todos os seus carros com o famoso **plano 0%....**Calcule então o Valor Real de um carro CELTA 2005, sabendo que o preço do mesmo é de R$ 24.264,00. **O plano 0%** corresponde a uma entrada de 35% do valor à vista do carro e o restante em 12 parcelas iguais e sem juros. Para estabelecer a comparação utilize a taxa financeira de 2,4 % a.m. (CDC do Banespa).

ATIVIDADE 17 – PLANO DE AMORTIZAÇÃO ALEMÃO

Um certo indivíduo, para reescalonar uma dívida existente com um Banco fez um empréstimo no valor de R$ 12.000,00 para ser pago em 12 meses, com a cobrança de juros pós-fixados pela TR de 3,00% a.m.

Sistema de Financiamento: ALEMÃO (Juros Antecipados)

Taxa de Juros: 3,0% a.m.

Correção Monetária : TR

Período do Financiamento: 08/06/1995 a 08/06/1996

Data do vencimento da 1ª parcela : 08/07/1995

CORREÇÃO MONETÁRIA (TR)

Período	Taxa (%)
08/06/95 - 08/07/95	2,93400%
08/07/95 - 08/08/95	2,90800%
08/08/95 - 08/09/95	2,22190%
08/09/95 - 08/10/95	1,89120%
08/10/95 - 08/11/95	1,46440%
08/11/95 - 08/12/95	1,58500%
08/12/95 - 08/01/96	1,10240%
08/01/96 - 08/02/96	1,33880%
08/02/96 - 08/03/96	0,85990%
08/03/96 - 08/04/96	0,62490%
08/04/96 - 08/05/96	0,73250%
08/05/96 - 08/06/96	0,68110%

a) Elabore uma tabela de amortização para o primeiro financiamento sem correção monetária;
b) Elabore uma tabela de amortização para o primeiro financiamento com correção monetária;

ATIVIDADE 18 – TERRENO ABANDONADO

Certo indivíduo deseja comprar um terreno que custa hoje R$ 10.000,00. Para isso terá que financiá-la pela Caixa Econômica Federal. As condições pra o financiamento são a seguinte:

Sistema de Financiamento: Price

Taxa de Juros: 1,0 % a.m.

Correção Monetária : 3% a.m.

Período do Financiamento: 6 meses

a) Elabore uma tabela de amortização para o primeiro financiamento sem correção monetária;
b) Elabore uma tabela de amortização para o primeiro financiamento com correção monetária;
c) Se o índice de correção for trimestral, então qual será o resíduo. Aplique a correção mês a mês nos juros;
d) Ache uma forma equivalente de maneira que o sistema amortize.
e) Se utilizássemos o Plano SACRE em 36 parcelas, com juros de 1% a.m. e correção de 12% a.a. sobre o saldo devedor, então qual seria o resíduo?