

# Matemática para o Ensino Médio



## Matemática para o Ensino Médio

A EJA (Educação de Jovens e Adultos) é uma modalidade de ensino que abrange a formação tanto de jovens como de adultos, que não tiveram o privilégio de concluir os estudos básicos na idade apropriada. A educação é um direito de todos e a EJA tem por objetivo principal integrar esses cidadãos na sociedade, garantindo o direito à educação e escolarização.

A Matemática faz parte da grade curricular da EJA, sendo de grande importância na formação do caráter sócio-educacional do educando. Ao adentrar na modalidade de ensino EJA, o professor deve mostrar a Matemática como uma ferramenta construtora do conhecimento e não uma disciplina cheia de regras e teorias decorativas que reprova. Deve-se aproveitar ao máximo a experiência de vida do aluno, estimular ideias novas, deixar que eles busquem na sua vivência soluções para situações problemas correlacionadas ao seu meio social.

### Definições especiais

$$0! = 1$$

$$1! = 1$$

### Exemplos

1) Calcule o valor da expressão  $\frac{100!+101!}{99!}$ .

$$\frac{100!+101!}{99!} = \frac{100 \cdot 99! + 101 \cdot 100 \cdot 99!}{99!} = 100 + 101 \cdot 100 = 100 + 10100 = 10200$$

2) Resolva a equação  $\frac{(x+1)!}{(x-1)!} = 56$ .

$$\frac{(x+1)!}{(x-1)!} = 56 \Rightarrow \frac{(x+1)(x)(x-1)!}{(x-1)!} = 56 \Rightarrow (x+1)(x) = 56 \Rightarrow x^2 + x = 56 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 + x - 56 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{225}}{2} \Rightarrow x = \frac{-1 \pm 15}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -8 \end{cases}$$

Resposta :  $x = 7$ , pois não existe fatorial de um número negativo.

3) Quatro times de futebol (Grêmio, Santos, São Paulo e Flamengo) disputam o torneio dos campeões do mundo. Quantas são as possibilidades para os três primeiros lugares?

R : Existem 4 possibilidades para o 1º lugar, sobrando 3 possibilidades para o 2º lugar e 2 possibilidades para o 3º lugar  $\rightarrow 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$  possibilidades.

## Combinação simples

É o tipo de agrupamento em que um grupo difere do outro apenas pela natureza dos elementos componentes.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

Continuação dos exemplos

9) Resolver a equação  $C_{m,3} - C_{m,2} = 0$ .

$$\frac{m!}{3!(m-3)!} - \frac{m!}{2!(m-2)!} = 0$$

$$\frac{m.(m-1).(m-2).(m-3)!}{3!(m-3)!} - \frac{m.(m-1).(m-2)!}{2!(m-2)!} = 0$$

$$\frac{m.(m-1).(m-2)}{3!} - \frac{m.(m-1)}{2!} = 0$$

$$\frac{m^3 - 2m^2 - m^2 + 2m}{6} - \frac{m^2 - m}{2} = 0$$

$$\frac{m^3 - 3m^2 + 2m - 3m^2 + 3m}{6} = 0 \Rightarrow m^3 - 6m^2 + 5m = 0$$

$$m^2 - 6m + 5 = 0 \Rightarrow m = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2} \Rightarrow \begin{cases} m' = 5 \\ m'' = 1 \end{cases}$$

Resposta :  $m = 5$ .

obs :  $m = 1$  não é a resposta porque não pode haver  $C_{1,3}$ .

10) Com 10 espécies de frutas, quantos tipos de salada, contendo 6 espécies diferentes podem ser feitas?

$$C_{10,6} = \frac{10!}{6!(10-6)!} = \frac{10.9.8.7.6!}{6!.4!} = \frac{5040}{4!} = \frac{5040}{24} = 210 \text{ tipos de saladas.}$$

11) Numa reunião com 7 rapazes e 6 moças, quantas comissões podemos formar com 3 rapazes e 4 moças?

RAPAZES -  $C_{7,3}$

MOÇAS -  $C_{6,4}$

O resultado é o produto  $C_{7,3} \cdot C_{6,4}$ .

$$\frac{7!}{3!(7-3)!} \cdot \frac{6!}{4!(6-4)!} = \frac{7.6.5.4!}{3!.4!} \cdot \frac{6.5.4!}{4!.2!} = \frac{210}{3!} \cdot \frac{30}{2} = 35.15 = 525 \text{ comissões.}$$

## Símbolos das operações

$A \cap B$ : A intersecção B
$A \cup B$ : A união B
$a - b$ : diferença de A com B
$a < b$ : a menor que b
$a \leq b$ : a menor ou igual a b
$a > b$ : a maior que b
$a \geq b$ : a maior ou igual a b
$a \wedge b$ : a e b
$a \vee b$ : a ou b

### Conjunto vazio

É um conjunto que não possui elementos. O conjunto vazio é representado por  $\{\}$  ou  $\emptyset$ .

### Subconjuntos

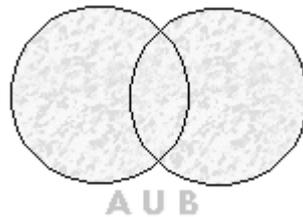
Quando todos os elementos de um conjunto A qualquer pertencem a um outro conjunto B, diz-se, então, que A é um subconjunto de B, ou seja  $A \subset B$ .  
Observações:

Todo o conjunto A é subconjunto dele próprio, ou seja  $A \subset A$ ;

O conjunto vazio, por convenção, é subconjunto de qualquer conjunto, ou seja  $\emptyset \subset A$ .

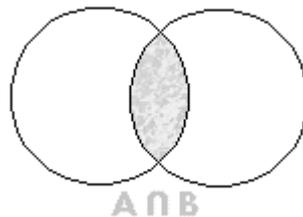
### União de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B, define-se como união dos conjuntos A e B ao conjunto representado por  $A \cup B$ , formado por todos os elementos pertencentes a A ou B, ou seja:  $A \cup B = \{x / x \in A \text{ ou } x \in B\}$



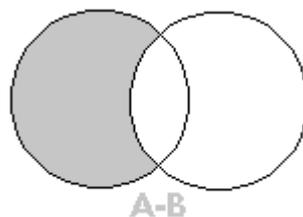
Intersecção de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B, define-se como intersecção dos conjuntos A e B ao conjunto representado por  $A \cap B$ , formado por todos os elementos pertencentes a A e B, simultaneamente, ou seja:  $A \cap B = \{x / x \in A \text{ e } x \in B\}$



Diferença de Conjuntos

Dados os conjuntos A e B, define-se como diferença entre A e B (nesta ordem) ao conjunto representado por  $A - B$ , formado por todos os elementos pertencentes a A, mas que não pertencem a B, ou seja  $A - B = \{x / x \in A \text{ e } x \notin B\}$



Produto Cartesiano

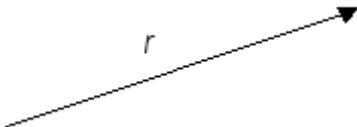
Dados os conjuntos A e B, chama-se produto cartesiano A com B, ao conjunto  $A \times B$ , formado por todos os pares ordenados  $(x,y)$ , onde x é elemento de A e y é elemento de B, ou seja  $A \times B = \{(x,y) / x \in A \text{ ou } y \in B\}$

Número de subconjuntos de um conjunto: se um conjunto A possuir n elementos, então existirão  $2^n$  subconjuntos de A.

## Vetores

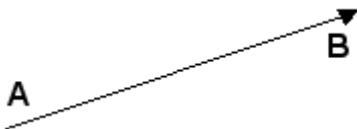
Reta orientada - eixo

Uma reta r é orientada quando é fixado nela um sentido de percurso, considerado positivo, sendo indicado por uma seta.



Segmento orientado

Um segmento orientado é determinado por um par ordenado de pontos, o primeiro chamado origem do segmento, o segundo chamado extremidade.



Segmento nulo

Um segmento nulo é aquele cuja extremidade coincide com a origem.

Segmentos opostos

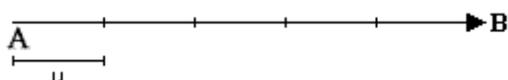
Se AB é um segmento orientado, o segmento orientado BA é oposto de AB.

## Medida de um segmento

Fixada uma unidade de comprimento, cada segmento orientado pode-se associar um número real, não negativo, que é a medida do segmento em relação aquela unidade. A medida do segmento orientado é o seu comprimento ou seu módulo. O comprimento do segmento AB é indicado por  $\overline{AB}$ .

Assim, o comprimento do segmento AB representado na figura abaixo é de 5 unidades de comprimento:

$$\overline{AB} = 5 \text{ u.c.}$$



Observações:

Os segmentos nulos têm comprimento igual a zero.

$$\overline{AB} = \overline{BA}.$$

## Geometria

A Geometria é uma das três grandes áreas da Matemática, ao lado de cálculo e álgebra. A palavra “geometria” tem origem grega e sua tradução literal é: “medir a terra”. Essa informação nos dá pistas de como nasceu e o motivo pelo qual ela se desenvolveu durante os séculos.

A Geometria é o estudo das formas dos objetos presentes na natureza, das posições ocupadas por esses objetos, das relações e das propriedades relativas a essas formas.

Como a geometria é construída?

A geometria é construída sobre objetos primitivos: ponto, reta, plano, espaço, entre outros. Esses objetos não possuem definição, mas possuem características que possibilitam sua identificação.

Fazendo uso desses objetos primitivos é que são definidas as primeiras formas geométricas do plano: segmentos de reta, polígonos e ângulos. A partir delas, é feita a definição de distância entre dois pontos, da qual depende a definição de círculo. Tudo isso serve como base para a construção da geometria espacial.

A geometria também é responsável por propriedades das figuras geométricas. Essas propriedades nada mais são do que resultados de relações analisadas nos objetos e figuras geométricas. Uma propriedade das circunferências, por exemplo, é a seguinte: o resultado da divisão entre o perímetro de um círculo e seu diâmetro sempre será igual a  $\pi$  (aproximadamente 3,14).

Desse modo, a geometria é construída relacionando objetos básicos a fim de obter objetos mais elaborados. Estes são relacionados entre si para chegar a objetos ainda mais elaborados e assim sucessivamente.

### **Divisões da geometria**

Atualmente a geometria é dividida em dois conjuntos: Geometria Euclidiana e Geometrias não Euclidianas.

#### Geometrias não Euclidianas

Euclides, grande matemático e escritor, viveu provavelmente no século III a.C. e é chamado de pai da geometria. Ele foi o primeiro a reunir toda a geometria em uma única obra, chamada "Os Elementos". Esse matemático baseou a geometria plana em cinco postulados.

O quinto desses postulados é muito mais sofisticado que os outros quatro. Isso levantou dúvidas entre os matemáticos, desde sua época até meados do século XIX, quando Lobachevsky, um matemático russo, resolveu reconstruir a geometria, mas utilizando a negação do quinto postulado de Euclides.

Os estudos de Lobachevsky deram origem à geometria Riemanniana e abriram uma porta para a construção de outras geometrias completamente distintas da geometria plana e espacial que conhecemos. O fato mais interessante é que os seus resultados possuem muitas aplicações no dia a dia.

#### Geometria Euclidiana

É a geometria discutida nos ensinamentos fundamental e médio e a única geometria conhecida pelo homem até meados do século XIX. A geometria Euclidiana é dividida nas seguintes subáreas:

**Geometria Plana:** Todas as figuras, formas e definições são feitas para objetos pertencentes ao plano, isto é, que possuem apenas largura e comprimento, mas não possuem profundidade.

Os conceitos discutidos pela geometria plana são de ponto, reta, plano, posições relativas, distância entre dois pontos, ângulos, polígonos, áreas e trigonometria, entre outros.

Geometria Espacial: Os objetos pertencem ao espaço tridimensional, ou seja, agora existe a possibilidade de considerar a sua profundidade.

Os conceitos discutidos na geometria espacial são: todos os da geometria plana, além de planos, poliedros e corpos redondos.

Geometria Analítica: Subárea que relaciona a geometria com a álgebra e utiliza uma para resolver problemas provenientes da outra.

Os conceitos discutidos na geometria analítica são: todos os conceitos e definições da geometria plana e espacial do ponto de vista algébrico, coordenadas, vetores, matrizes, quádricas e sólidos de revolução, entre outros.

### **Permutação simples**

É um caso particular de arranjo simples. É o tipo de agrupamento ordenado onde entram todos os elementos.

$$P_n = n!$$

Continuação dos exemplos

### **Análise combinatória**

Podemos determinar a análise combinatória como sendo um conjunto de possibilidade constituído por elementos finitos, a mesma baseia-se em critérios que possibilitam a contagem. Realizamos o seu estudo na lógica matemática, analisando possibilidades e combinações. Acompanhe o exemplo a seguir, para poder compreender melhor o que vêm a ser a análise combinatória.

7) Quantos números de 5 algarismos distintos podem ser formados por 1,2,3,5 e 8?

$P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$  números.

8) Quantos anagramas da palavra EDITORA :

a) COMEÇAM POR A.

Para a primeira letra existe apenas uma possibilidade (A), e para as outras 6 letras existem 6 possibilidades. Então o total é :

$1.P_6 = 1.6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$  anagramas.

b) COMEÇAM POR A e terminam com E.

Para a primeira letra existe 1 possibilidade (A), e para última também só existe 1 (E), e para as outras 5 letras existem 5 possibilidades. Então o total é :

$1.1.P_5 = 1.1.5! = 5.4.3.2.1 = 120$  anagramas.

8) Calcule de quantas maneiras podem ser dipostas 4 damas e 4 cavalheiros, numa fila, de forma que não fiquem juntos dois cavalheiros e duas damas.

R Existem duas maneiras de fazer isso :

C - D - C - D - C - D - C - D ou D - C - D - C - D - C - D - C

Colocando um cavalheiro na primeira posição temos como número total de maneiras :

$P_4.P_4 = 4!.4! = 24.24 = 576$  maneiras.

Colocando uma dama na primeira posição temos também :

$P_4.P_4 = 4!.4! = 24.24 = 576$  maneiras.

Portanto o total é  $576 + 576 = 1152$  maneiras.

A análise combinatória estuda os seguintes conteúdos:

Princípio fundamental da contagem

Fatorial

Permutação simples

Permutação com repetição

Arranjo simples

Combinação simples

Confira a seguir uma definição resumida de cada tópico estudo pela análise combinatória.

Princípio fundamental da contagem

Determina o número total de possibilidades de um evento ocorrer, pelo produto de  $m \times n$ . Sendo  $n$  e  $m$  resultados distintos de um evento experimental.

Exemplo: Jeniffer precisa comprar uma saia, a loja em que está possui 3 modelos de saia diferente nas cores: preto, rosa, azul e amarelo. Quantas opções de escolha Jeniffer possui.

Para solucionar essa questão utilizamos o princípio fundamental da contagem.

$m = 3$  (Modelos diferentes de saia),  $n = 4$  (Cores que a saia possui)

$$m \times n = 3 \times 4 = 12$$

Jeniffer possui 12 possibilidades de escolha.

Fatorial

O fatorial de um número qualquer, é representado pelo produto:

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 1!$$

Exemplo: Calcule  $4!$

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot \dots \cdot 1!$$

$$4! = 4 \cdot (4 - 1) \cdot (4 - 2) \cdot (4 - 3)$$

$$4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$4! = 24$$

### **Permutação simples**

Na permutação os elementos que compõem o agrupamento mudam de ordem, ou seja, de posição. Determinamos a quantidade possível de permutação dos elementos de um conjunto, com a seguinte expressão:

$$P_n = n!$$

$$P_n = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot (n-3) \cdot \dots \cdot 1!$$

Exemplo: Em uma eleição para representante de sala de aula, 3 alunos candidataram-se: Vanessa, Caio e Flávia. Quais são os possíveis resultados dessa eleição?

Vanessa (V), Caio (C), Flávia (F)

Os possíveis resultados dessa eleição podem ser dados com uma permutação simples, acompanhe:

$n = 3$  (Quantidade de candidatos concorrendo a representante)

$P_n = n!$

$P_n = 3 \cdot 2 \cdot 1!$

$P_n = 6$

Para a eleição de representante, temos 6 possibilidades de resultado, em relação a posição dos candidatos, ou seja, 1º, 2º e 3º lugar. Veja a seguir os possíveis resultados dessa eleição.

Resultado 1	Resultado 2	Resultado 3	Resultado 4	Resultado 5	Resultado 6
VCF	VFC	CVF	CFV	FCV	FVC

### Permutação com repetição

Nessa permutação alguns elementos que compõem o evento experimental são repetidos, quando isso ocorrer devemos aplicar a seguinte fórmula:

$$P_n(n_1, n_2, n_3, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

$P_n(n_1, n_2, n_3, \dots, n_k)$  = permutação com repetição

$n!$  = total de elementos do evento

$n_1! \cdot n_2! \cdot n_3! \cdot \dots \cdot n_k!$  = Elementos repetidos do evento

Exemplo: Quantos anagramas são possíveis formar com a palavra CASA.

A palavra CASA possui: 4 letras (n) e duas vogais que se repetem (n1).

$$n! = 4!$$

$$n1! = 2!$$

$$P_n(n1) = n!n1!$$

$$P_n(n1) = 4!2!$$

$$P_n(n1) = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1! \cdot 2 \cdot 1!$$

$$P_n(n1) = 24 \cdot 2 = 12$$

Anagramas da palavra CASA sem repetição					
CASA	ACSA	ASCA	ASAC	SCAA	CSAA
AASC	AACS	CAAS	SAAC	SACA	ACAS

### Arranjo simples

No arranjo simples a localização de cada elemento do conjunto forma diferentes agrupamentos, devemos levar em consideração, a ordem de posição do elemento e sua natureza, além disso, devemos saber que ao mudar os elementos de posição isso causa diferenciação entre os agrupamentos.

Para saber a quantidade de arranjos possíveis em p agrupamento com n elementos, devemos utilizar a fórmula a seguir:

$$A_{n,p} = n!(n-p)!$$

A = Arranjo

n = elementos

p = Agrupamentos

No arranjo a quantidade de agrupamento p, sempre deve ser menor que n, ou seja:

$$p \leq n$$

Exemplo: Flávia, Maria, Gustavo e Pedro estão participando de uma competição em que há premiação para os três primeiros colocados (1º, 2º e 3º). Quais são as possibilidades de premiação?

Quantidade de participantes da competição:  $n = 4$

Quantidade de pessoas em cada agrupamento (premiação):  $p = 3$

$$A_{n,p} = n!(n-p)!$$

$$A_{4,3} = 4!(4-3)!$$

$$A_{4,3} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1!1!$$

$$A_{4,3} = 24 \cdot 1 = 24$$

Existem 24 possibilidades de premiação.

### Combinação simples

Na combinação simples, em um agrupamento mudamos somente a ordem dos elementos distintos. Para que isso seja feito podemos recorrer à utilização da fórmula:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

C = Combinação

n = Elementos.

p = Agrupamento

Sendo sempre:  $p \leq n$

Exemplo: De quantos modos diferentes posso separar 10 bolinhas de cores distintas, colocando 2 bolinhas em cada saquinho

Total de bolinhas:  $n = 10$

Quantidade de bolinhas por saquinho:  $p = 2$

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

$$C_{10,2} = \frac{10!}{2!(10-2)!}$$

$$C_{10,2} = \frac{3628800}{2 \cdot (8)!}$$

$$C_{10,2} = 36288002 \cdot (40320)$$

$$C_{10,2} = 362880080640 = 45$$

Com 10 bolinhas distintas colocando duas em cada saquinho, é possível fazer 45 combinações.

## Geometria espacial

Pontos, retas e planos

Na geometria espacial, são conceitos primitivos (e, portanto, aceitos sem definição) os conceitos de ponto, reta e plano. Habitualmente, usamos a seguinte notação:

pontos: letras maiúsculas do nosso alfabeto



retas: letras minúsculas do nosso alfabeto

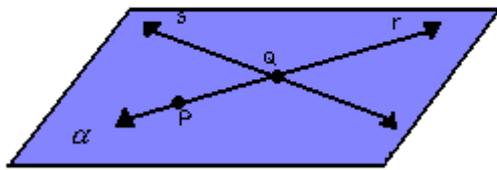


planos: letras minúsculas do alfabeto grego



Observação: Espaço é o conjunto de todos os pontos.

Por exemplo, da figura a seguir, podemos escrever:

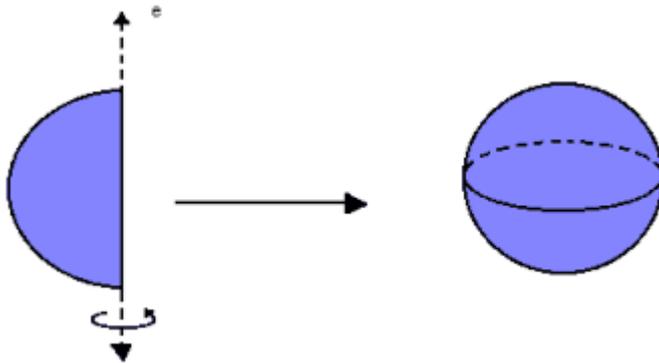


$P \in r$   
 $Q \in s \cap r$   
 $s \subset \alpha$  e  $r \subset \alpha$

## Esfera

Chamamos de esfera de centro  $O$  e raio  $R$  o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao centro é menor ou igual ao raio  $R$ .

Considerando a rotação completa de um semicírculo em torno de um eixo  $e$ , a esfera é o sólido gerado por essa rotação. Assim, ela é limitada por uma superfície esférica e formada por todos os pontos pertencentes a essa superfície e ao seu interior.



## Volume

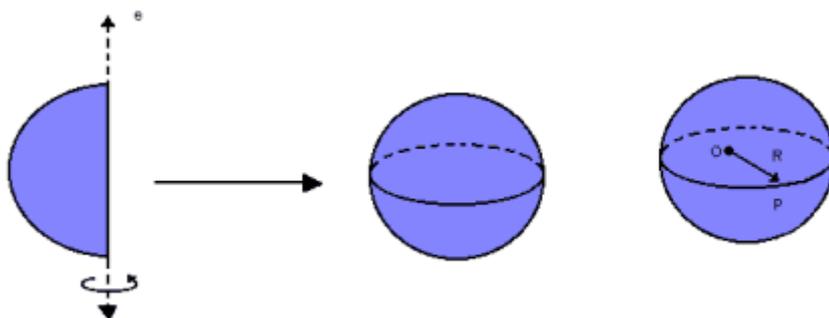
O volume da esfera de raio  $R$  é dado por:

$$V_e = \frac{4}{3} \pi R^3$$

## Superfície esférica

A superfície esférica de centro O e raio R é o conjunto de pontos do espaço cuja distância ao ponto O é igual ao raio R.

Se considerarmos a rotação completa de uma semicircunferência em torno de seu diâmetro, a superfície esférica é o resultado dessa rotação.



A área da superfície esférica é dada por:  $A_s = 4\pi R^2$

Confira algumas estratégias:

### 1. Use a realidade e relacione conteúdos

Quantos votos tal político precisaria para conseguir ganhar a eleição no primeiro turno? Qual a mudança no percentual de idosos na população, comparado a cem anos atrás? São exemplos muito simples, mas que mostram que a matemática serve para resolver problemas. Nas aulas, simule situações da vida real e, de preferência, relacione os problemas com outras disciplinas. Os dois probleminhas acima flertam com conhecimentos de história e geografia: o professor convida o aluno a conhecer o sistema eleitoral e as mudanças no perfil populacional e a refletir sobre eles.

### 2. Explicar, reexplicar, revisar

A instrução tem de ser explícita e sistemática. Isso inclui oferta de modelos de resolução de problemas, verbalização do processo de pensamento, prática guiada, feedback corretivo e revisões cumulativas frequentes. Pergunte o que acham do ritmo de apresentação dos novos conceitos – para alguns pode estar rápido demais. Faça uma revisão de questões que, pela sua experiência, frequentemente geram dúvidas.

### 3. Crie visualizações

Introduza um novo conceito com exemplos concretos – só então evolua para as abstrações. Comece com problemas que foram originalmente solucionados usando a matemática, como os clássicos problemas de torneiras que enchem tanques, que oferecem recursos visuais para a compreensão de conceitos como volume e tempo. Coloque o problema e mostre o raciocínio por trás da solução. Permita que os alunos trabalhem com a representação visual de ideias matemáticas. Familiarize-se com o uso proficiente dessas representações antes de apresentá-las aos alunos.

### 4. Gráficos, vídeos e outras mídias

A tecnologia abriu novas possibilidades para os professores. É possível criar gráficos com situações que fazem parte da realidade dos alunos ou iniciar a aula com um vídeo ou notícia sobre um tema atual que permita fazer um gancho com os conceitos a serem ensinados. O professor americano Matthew Weathers – famoso por criar vídeos divertidos que ele coloca em sala para interagir consigo mesmo durante as aulas – tem um canal no YouTube com dicas para fazer um material multimídia a fim de despertar a curiosidade dos alunos.

### 5. Calculadora sim, por que não?

O paradoxo: aulas são curtas da perspectiva de explicar tudo que é necessário, mas longas quando o assunto é manter os alunos atentos e motivados. Assim, sempre que possível, estimule o uso dos computadores para realizar o trabalho penoso, assim você conseguirá equilibrar o tempo empregado em cálculos versus o tempo dedicado ao desenvolvimento de conceitos.

### 6. Um desafio para cada aluno

Reforce a criatividade e a autoria. Evite propor as mesmas atividades e tarefas para todos os alunos. Ofereça tarefas customizadas. Empregue a tecnologia, encoraje a criatividade na matemática! Peça que os alunos utilizem meios criativos para descrever um conceito matemático (pode ser um vídeo, uma

animação, um diagrama ou um mapa conceitual). Eles se sentem mais estimulados, até mesmo para discutir o “seu” problema com o colega.

#### 7. Estimule-os a elaborar problemas

Incentive os alunos a criar as próprias questões e a desafiar os colegas. Essa atividade pode ser feita usando o Google Docs ou Wiki para permitir o registro conjunto dos processos de pensamento e resolução dos problemas. É uma maneira interessante de o professor acompanhar como os alunos se desenvolvem e mapear o desempenho de cada um.

#### 8. Mantenha um diário da aprendizagem

Os alunos podem desenvolver um diário para escrever sobre seu processo de pensamento matemático. Mais uma vez, pode ser um trabalho conjunto no Google Docs ou no Wiki. Pode ser um instrumento interessante para esclarecer dúvidas e estimular a reflexão matemática.

#### 9. Teatro

Recorrer a dramatizações não é uma estratégia interessante, como muitos pensam, apenas para os conteúdos de literatura e história. É possível criar ótimas situações para fixar conceitos matemáticos, além de estimular os alunos a manifestar ideias e sentimentos sobre determinados tópicos.

#### 10. Enxergar dificuldades e intervir

Busque, desde cedo, identificar alunos com risco para potenciais dificuldades matemáticas e ofereça intervenções para esse grupo. Estas consistem em torno de 10 minutos para evocar fatos aritméticos básicos e praticar fluência aritmética, em todos os níveis de escolaridade.

O aprendizado da matemática deve ter como principal objetivo contribuir na formação da cidadania. A sua evolução está associada à inserção do indivíduo, no mundo do trabalho, no da cultura e no das relações sociais.

De que forma a matemática está ligada com o mundo do trabalho na cultura e nas relações sociais? O mercado de trabalho exige profissionais atentos, criativos, polivalentes, portanto, a matemática tem como objetivo promover uma educação que coloque o aluno em contato com desafios que possam desenvolver soluções com responsabilidade, compromisso, possibilitando a identificação de seus direitos e deveres.

Veja algumas habilidades que os alunos adquirem com conhecimentos matemáticos:

- Criatividade
- Iniciativa pessoal
- Capacidade de trabalhar em grupos e resolver problemas
- Técnicas para abordar e trabalhar problemas.

Para que o aluno seja inserido no mundo da relação social, a matemática contribui na compreensão das informações, pois a sua aprendizagem vai além de contar, calcular, ela nos permite analisar, medir dados estatísticos e ampliar cálculos de probabilidade, os quais representam relações importantes com outras áreas do conhecimento.

No mundo da cultura os conhecimentos matemáticos facilitam no aprendizado de várias outras ciências e conteúdos, como: economia, física, química, biologia, sociologia, psicologia, composição musical, coreografia, arte, esporte e etc.

E para que todos esses conhecimentos sejam bem trabalhados é preciso que o professor e os pais trabalhem em conjunto e utilizem de algumas técnicas que facilitam a compreensão matemática.

### **Sistema de numeração**

Um sistema de numeração (ou sistema numeral), é um sistema em que um conjunto de números são representados por numerais de uma forma consistente. Pode ser visto como o contexto que permite ao numeral "11" ser interpretado como o numeral romano para dois, o numeral binário para três ou o numeral decimal para onze. Em condições ideais, um sistema de numeração deve: representar uma grande quantidade de números úteis (ex.: todos os números inteiros, ou todos os números reais); dar a cada número representado uma única descrição (ou pelo menos uma representação padrão); e refletir as estruturas algébricas e aritméticas dos números.

Por exemplo, a representação comum decimal dos números inteiros fornece a cada número inteiro uma representação única como uma sequência finita de algarismos, com as operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação e divisão) estando presentes como os algoritmos padrões da aritmética. Contudo, quando a representação decimal é usada para os números racionais ou para os números reais, a representação deixa de ser padronizada: muitos números racionais têm dois tipos de numerais, um padrão que tem fim (por exemplo 2,31), e outro que repete-se periodicamente (como 2,30999999...).

Um numeral é um símbolo ou grupo de símbolos que representa um número em um determinado instante da evolução do homem. Tem-se que, numa determinada escrita ou época, os numerais diferenciaram-se dos números do mesmo modo que as palavras se diferenciaram das coisas a que se referem. Os símbolos "11", "onze" e "XI" (onze em latim) são numerais diferentes, representativos do mesmo número, apenas escrito em idiomas e épocas diferentes. Este artigo debruça-se sobre os vários aspectos dos sistemas de numerais. Ver também nomes dos números. Dois matemáticos indianos criaram e desenvolveram o mais popular sistema numérico, o hindu-arábico. Aryabhatade Kusumapura desenvolveu a notação posicional no século V; um século depois, Brahmagupta introduziu o símbolo do zero.

O sistema decimal é um sistema de numeração de posição que utiliza a base dez.

Forma e seqüência da grafia medieval dos algarismos árabicos que aparecem na página de título do Libro Intitulado Arithmetica Practica, por Juan de Yciar.

Um sistema de numeração é um conjunto de princípios constituindo o artifício lógico de classificação em grupos e subgrupos das unidades que formam os números. A base de um sistema de numeração é uma certa quantidade de unidades que deve constituir uma unidade de ordem imediatamente superior.

Os sistemas de numeração tem seu nome derivado da sua base, ou seja, o sistema binário tem base dois, o sistema septimal tem base sete e o decimal tem base dez.

O princípio fundamental do sistema decimal é que dez unidades de uma ordem qualquer formam uma de ordem imediatamente superior. Depois das ordens, as unidades constitutivas dos números são agrupadas em classes, em que cada classe tem três ordens, em que cada ordem tem uma denominação especial, sendo idênticas às mesmas ordens de outras classes.

A primeira classe, a das unidades, tem as ordens das centenas, dezenas e unidades. A primeira ordem da primeira classe, ou seja, a ordem das unidades, corresponde aos números um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito e nove. A segunda ordem da primeira classe, a ordem das dezenas, corresponde aos números dez (uma dezena), vinte (duas dezenas), trinta (três dezenas), quarenta (quatro dezenas), cinquenta (cinco dezenas), sessenta (seis dezenas), setenta (sete dezenas), oitenta (oito dezenas) e noventa (nove dezenas), sendo cada um destes números dez vezes o número correspondente na ordem anterior. A terceira ordem da primeira classe, a ordem das centenas, corresponde aos números que vão de uma a nove centenas, ou seja, cem, duzentos, trezentos, quatrocentos, quinhentos, seiscentos, setecentos, oitocentos e novecentos. Analogamente, cada um destes números corresponde a dez vezes o correspondente na ordem anterior.

A segunda classe, a dos milhares, inclui a quarta, quinta e sexta ordens, que são, respectivamente, as unidades de milhar, dezenas de milhar e centenas de milhar. Seus nomes são os dos números da primeira classe, seguidos de milhares. Ou seja, a quarta ordem (unidades de milhar) corresponde a mil (ou um milhar), dois mil, etc, até nove mil, a quinta ordem, dezenas de milhar, vai de dez mil a noventa mil, e a sexta ordem, centenas de milhar, vai de cem mil a novecentos mil.

A terceira classe corresponde à dos milhões. A partir daí, segundo o texto de João José Luiz Viana adoptado no Brasil, as classes se chamam bilhões (quarta classe), trilhões (quinta classe), quatrilhões (sexta classe), quintilhões (sétima classe), sextilhões (oitava classe), septilhões (nona classe), octilhões (décima classe), nonilhões (décima primeira classe), etc. Em Portugal, considera-se bilião como milhão de milhão, trilião como milhão de milhão de milhão (milhão de bilião) etc.

Os nomes dos números inteiros compreendidos entre dez e vinte, entre vinte e trinta, etc, até os compreendidos entre noventa e cem, são formados pelos nomes das unidades de segunda ordem, seguidos dos nomes das unidades de primeira ordem: dez e um, dez e dois, ..., dez e nove, vinte e um, ...,

..., noventa e nove; em lugar de dez e um, ..., dez e cinco, diz-se onze, doze, treze, quatorze e quinze.

Os nomes dos noventa e nove números compreendidos entre cada dois da terceira ordem, ou seja, os números entre cem e duzentos, ou entre duzentos e trezentos, etc, são formados dos números da unidade de terceira ordem seguidos dos nomes dos 99 primeiros números inteiros, e são cento e um, cento e dois, ..., cento e noventa e nove, duzentos e um, duzentos e dois, duzentos e três, ..., duzentos e noventa e nove, trezentos e um, trezentos e dois, trezentos e três, ..., novecentos e noventa e nove.

## Sistema octal

Sistema Octal é um sistema de numeração cuja base é 8, ou seja, utiliza 8 símbolos para a representação de quantidade. No ocidente, estes símbolos são os algarismos arábicos: 0 1 2 3 4 5 6 7

O octal foi muito utilizado em informática como uma alternativa mais compacta ao binário na programação em linguagem de máquina. Hoje, o sistema hexadecimal é mais utilizado como alternativa ao binário.

Este sistema também é um sistema posicional e a posição de seus algarismos determinada em relação à vírgula decimal. Caso isso não ocorra, supõe-se implicitamente colocada à direita do número.

A aritmética desse sistema é semelhante a dos sistemas decimal e binário, o motivo pelo qual não será apresentada.

Exemplo:

- Qual o número decimal representado pelo número octal 4701?

Utilizar o TFN.

$$4 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 0 \times 8^1 + 1 \times 8^0 =$$
$$= 2048 + 448 + 0 + 1 = 2497$$

O sistema binário ou de base 2 é um sistema de numeração posicional em que todas as quantidades se representam com base em dois números, ou seja, zero e um (0 e 1).

Os computadores digitais trabalham internamente com dois níveis de tensão, pelo que o seu sistema de numeração natural é o sistema binário.[3] Com efeito, num sistema simples como este é possível simplificar o cálculo, com o auxílio da lógica booliana. Em computação, chama-se um dígito binário (0 ou 1) de bit, que vem do inglês Binary Digit. Um agrupamento de 8 bits corresponde a um byte (BinaryTerm). Um agrupamento de 4 bits, ainda, é chamado de nibble.

Um processador é formado por milhares de blocos lógicos complexos, formados por portas lógicas básicas, e o funcionamento destas está amparado por um postulado fundamental à eletrônica digital que determina que um circuito opere apenas com dois níveis de tensão bem definidos. Em um circuito digital TTL (Transistor Transistor Logic ou simplesmente TTL é uma classe de circuitos digitais construídos de transistores de junção bipolar (BJT), e resistores), os dois níveis de tensão padronizados são 0V (zero volt) e 5V (cinco volts). Ao projetar um sistema digital, ao invés de trabalhar com níveis de tensão trabalha-se com níveis lógicos, então, no caso do circuito TTL, 0V será representado por “0” e 5V será representado por “1”, e os níveis de tensão entre eles serão ignorados, ou seja, adotar-se-á uma faixa até a qual será considerado nível lógico zero, e a partir dela, nível lógico 1. Neste caso, de 0V a 2,5V temos “0”, e a partir daí até 5V temos “1”.

O sistema binário é base para a Álgebra booliana (de George Boole — matemático inglês), que permite fazer operações lógicas e aritméticas usando-se apenas dois dígitos ou dois estados (sim ou não, verdadeiro ou falso, tudo ou nada, ligado ou desligado, 1 ou 0). Toda a eletrônica digital e computação estão baseadas nesse sistema binário e na lógica de Boole, que permite representar por circuitos eletrônicos digitais (portas lógicas) os números, caracteres, realizar operações lógicas e aritméticas. Os programas de computadores são codificados sob forma binária e armazenados nas mídias (memórias, discos, etc) sob esse formato. Assim, para informação armazenada na memória RAM do computador, o formato será de voltagem mais alta (1) ou mais baixa (0). Em discos magnéticos a binaridade se dará por diferença de polaridade, positiva ou negativa.

### **Códigos Binários**

A conversão de um número decimal no seu equivalente binário é chamada codificação. Um número decimal é expresso como um código binário ou número binário. O sistema numérico binário, como apresentado, é conhecido como código binário puro. Este nome o diferencia de outros tipos de códigos binários.

## Decimal Codificado em Binário

O sistema numérico decimal é fácil de se usar devido à familiaridade. O sistema numérico binário é menos conveniente de se usar pois nos é menos familiar. É difícil olhar em número binário e rapidamente reconhecer o seu equivalente decimal.

Por exemplo, o número binário 1010011 representa o número decimal 83.

É difícil dizer imediatamente, por inspeção do número, qual seu valor decimal. Entretanto, em alguns minutos, usando os procedimentos descritos anteriormente, pode-se prontamente calcular seu valor decimal. A quantidade de tempo que leva para converter ou reconhecer um número binário é uma desvantagem no trabalho com este código, a despeito das numerosas vantagens de "hardware".

Os engenheiros reconheceram este problema cedo, e desenvolveram uma forma especial de código binário que era mais compatível com o sistema decimal. Como uma grande quantidade de dispositivos digitais, instrumentos e equipamentos usam entradas e saídas decimais, este código especial tornou-se muito difundido e utilizado. Esse código especial é chamado decimal codificado em binário (BCD - binary coded decimal). O código BCD combina algumas das características dos sistemas numéricos binário e decimais.

## Conjuntos numéricos

A noção de conjunto numérico é bastante simples e fundamental na Matemática. A partir dos conceitos sobre conjuntos podemos expressar todos os conceitos matemáticos.

Um conjunto nada mais é do que uma coleção qualquer de objetos. Por exemplo:

conjunto das estações do ano:  $E = \{\text{Primavera, Verão, Outono, Inverno}\}$

conjunto dos números primos:  $B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots\}$

Cada item dentro de um conjunto é um elemento desse conjunto.

A ideia dos conjuntos numéricos segue uma ordem de acordo com a história da Matemática. Ou seja, à medida que a matemática avançou, foi necessário a criação de novos conceitos e, com isso, foram surgindo vários conjuntos de números.

Conjunto dos números naturais (N)

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

O número zero é o primeiro elemento desse conjunto. O sucessor de cada número nesse conjunto é igual à soma dele mesmo com uma unidade, ou seja, o sucessor de 3 será 4 pois  $3 + 1 = 4$ .

Para representar o conjunto dos números naturais não-nulos (ou seja, diferentes de zero), deve-se colocar um \* ao lado do símbolo:

$$N^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

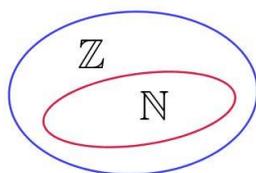
Conjunto dos números inteiros (Z)

Em determinada época da história, se fez necessário a criação de números que representassem “perdas”, ou “dívidas”. Surgiram, assim, os números negativos. Esses números negativos, junto com os números naturais, formam o conjunto dos números inteiros:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

Nesse conjunto, para cada número há o seu oposto, ou seu simétrico, por exemplo, 3 e -3 são opostos ou simétricos.

Veja que todo número natural é inteiro, mas nem todo número inteiro é natural. Dizemos que o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números inteiros.



Conjunto dos números racionais (Q)

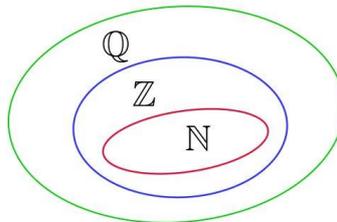
Com a necessidade de descrever partes de algo inteiro, surgiram as frações. Quando adicionamos as frações aos números inteiros, obtemos os números racionais. São exemplos números racionais:

$$Q = \{-1, -25, 43, 5, \dots\}$$

Formalmente, um número racional é todo aquele que pode ser escrito na forma de uma fração. Assim,

$$Q = \{x/x=ab, a \in Z, b \in Z, b \neq 0\}$$

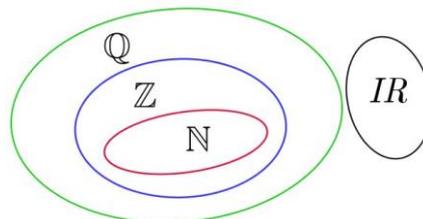
Observe que todo número inteiro é racional, mas nem todo número racional é inteiro. Por exemplo, -1 é inteiro e é racional, mas  $\frac{1}{2}$  é racional e não é inteiro. Assim, o conjunto dos números inteiros está contido no conjunto dos números racionais:



### Conjunto dos números irracionais (IR)

O conjunto dos números irracionais é composto por todos os números que não são possíveis de se descrever como uma fração. É o caso das raízes não exatas, como  $2-\sqrt{2}$ ,  $3-\sqrt{3}$ ,  $5-\sqrt{5}$ , e do número  $\pi$ , do logaritmo neperiano, o número de ouro  $\phi$  (fi), por exemplo.

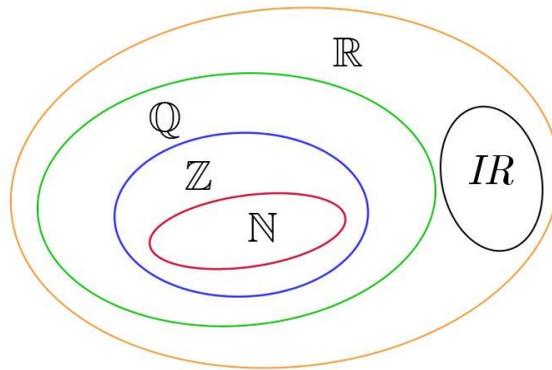
Este conjunto não está contido em nenhum dos outros três, ou seja, nenhum número irracional é racional, inteiro ou natural e nenhum número natural, inteiro ou racional é irracional.



### Conjunto dos números reais (R)

Da reunião do conjunto dos números racionais com os números irracionais obtemos o conjunto dos números reais. Podemos dizer que o conjunto dos números reais é formado por todos os números que podem ser localizados em uma reta numérica.

Assim, todo número que é irracional é real, assim como os naturais, inteiros e racionais.



Existem ainda conjuntos maiores, que englobam todos vistos até aqui. Um exemplo é o conjunto dos números complexos. São números que possuem uma parte real e uma parte imaginária, chamada de “i”. São números da forma  $a+bi$ , onde  $a$  é a parte real e  $b$  é a parte imaginária.

### **Equação do 2º Grau**

Uma equação do 2º grau é toda e qualquer equação com uma incógnita que é expressa da seguinte forma:

$$ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$$

A letra  $x$  é a incógnita, e as letras  $a$ ,  $b$  e  $c$  são números reais que exercem a função de coeficientes da equação. Apenas o coeficiente  $a$  deve ser diferente de zero. Se nenhum dos coeficientes for nulo, dizemos que se trata de uma equação completa; mas se algum dos coeficientes  $b$  e  $c$  for zero, dizemos que é uma equação incompleta.

Quando resolvermos uma equação do 2º grau, podemos encontrar até dois resultados. Esses valores são chamados de raízes da equação. Veremos neste artigo como determinar as raízes de uma equação do 2º grau.

Seja a equação do 2º grau completa ou incompleta, podemos utilizar a Fórmula de Bhaskara para encontrar suas raízes. A fórmula de Bhaskara apresenta-se da seguinte forma:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2a}$$

Apenas para simplificar a notação, comumente chamamos a expressão dentro da raiz quadrada de delta ( $\Delta$ ). Calculando o  $\Delta$  separadamente, nós podemos escrever a fórmula de Bhaskara da seguinte forma:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Caso o valor de delta seja menor que zero, dizemos que a equação do 2º grau não possui raízes reais. Se o delta for igual a zero, a equação terá duas raízes idênticas. Caso o delta seja maior que zero, a equação do 2º grau terá duas raízes distintas.

$$x^2 + 3x + 2 = 0$$

Os coeficientes dessa equação são:  $a = 1$ ,  $b = 3$  e  $c = 2$ . Vamos calcular primeiramente o valor de delta:

$$\Delta = b^2 - 4.a.c$$

$$\Delta = 3^2 - 4.1.2$$

$$\Delta = 9 - 8$$

$$\Delta = 1$$

Agora que encontramos o valor de delta, vamos substituí-lo na Fórmula de Bhaskara para determinar as raízes de x:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{1}}{2.1}$$

$$x = \frac{-3 \pm 1}{2}$$

O sinal de  $\pm$  resulta em duas raízes da equação. Dessa forma, primeiro encontraremos  $x'$ , através do sinal +, e, em seguida, encontraremos  $x''$ , através do sinal de -:

$$x' = \frac{-3 + 1}{2}$$

$$x' = \frac{-2}{2}$$

$$x' = -1$$

$$x'' = \frac{-3 - 1}{2}$$

$$x'' = \frac{-4}{2}$$

$$x'' = -2$$

As raízes da equação  $x^2 + 3x + 2 = 0$  são  $-1$  e  $-2$ .

Caso a equação do 2º grau seja incompleta, podemos resolvê-la sem utilizar a fórmula de Bhaskara através dos princípios básicos da resolução de equações.

### **Equação do 1º grau**

Utilizamos uma equação para calcular o valor de um termo desconhecido, que geralmente é representado por uma letra. As equações possuem sinais operatórios como adição, subtração, multiplicação, divisão, radiciação e igualdade. O sinal de igualdade divide a equação em dois membros, os quais são compostos de elementos de dois tipos:

Elemento de valor constante: representado por valores numéricos;  
Elemento de valor variável: representado pela união de números e letras.

Exemplos de equações do primeiro grau

Observe exemplos de equações do 1º grau com uma incógnita:

a)  $x + 1 = 6$

b)  $2x + 7 = 18$

c)  $4x + 1 = 3x - 9$

d)  $10x + 60 = 12x + 52$

### **Solução de equações do primeiro grau**

Para resolver uma equação, precisamos conhecer algumas técnicas matemáticas. Vamos, por meio de resoluções comentadas, demonstrar essas técnicas.

Exemplo 1:

$$4x + 2 = 8 - 2x$$

Em uma equação, devemos separar os elementos variáveis dos elementos constantes. Para isso, vamos colocar os elementos semelhantes em lados diferentes do sinal de igualdade, invertendo o sinal dos termos que mudarem de lado. Veja:

$$4x + 2x = 8 - 2$$

Agora aplicamos as operações indicadas entre os termos semelhantes.

$$6x = 6$$

O coeficiente numérico da letra  $x$  do 1º membro deve passar para o outro lado, dividindo o elemento pertencente ao 2º membro da equação. Observe:

$$x = 6$$

$$6$$

$$x = 1$$

Portanto, o valor de  $x$  que satisfaz a equação é igual a 1. A verificação pode ser feita pela substituição do valor de  $x$  na equação. Observe:

$$4x + 2 = 8 - 2x$$

$$4 * 1 + 2 = 8 - 2 * 1$$

$$4 + 2 = 8 - 2$$

$$6 = 6 \rightarrow \text{sentença verdadeira}$$

Todas as equações, de uma forma geral, podem ser resolvidas dessa maneira.

### Fórmula de Bhaskara

A fórmula de Bhaskara é um método resolutivo para equações do segundo grau cujo nome homenageia o grande matemático indiano que a demonstrou. Essa fórmula é mais do que um método para encontrar as raízes reais de uma equação do segundo grau fazendo uso apenas de seus coeficientes. Vale lembrar que coeficiente é o número que multiplica uma incógnita em uma equação.

Em sua forma original, a fórmula de Bhaskara é dada pela seguinte expressão:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

Para utilizar essa fórmula, é necessário lembrar que toda equação do segundo grau deve ser escrita da seguinte maneira:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Equação reduzida ou normal do segundo grau

Os coeficientes dessa equação são os números que ocupam o lugar de "a", de "b" e de "c". Portanto, o coeficiente "a" é o número que multiplica  $x^2$ ; o coeficiente "b" é o número que multiplica  $x$ ; e o coeficiente "c" é o número que não multiplica incógnita.

Resolver uma equação do segundo grau é encontrar os valores de  $x$  (ou da incógnita proposta) que fazem com que essa equação seja igual a zero.

O método resolutivo de Bhaskara apenas exige que o valor numérico de cada coeficiente seja substituído na fórmula de Bhaskara. Após isso, basta realizar as operações matemáticas indicadas pela fórmula para obter as raízes da equação. Contudo, esse método costuma ser dividido em três etapas para facilitar a compreensão por parte dos alunos.

Etapa 1: Calcular discriminante

Discriminante é a expressão presente dentro da raiz na fórmula de Bhaskara. É comumente representado pela letra grega  $\Delta$  (Delta) e recebe esse nome pelo fato de discriminar os resultados de uma equação da seguinte maneira:

$\Delta < 0$ , então a equação não possui resultados reais;

$\Delta = 0$ , então a equação possui apenas um resultado real ou possui dois resultados iguais (essas duas afirmações são equivalentes);

$\Delta > 0$ , então a equação possui dois resultados distintos reais.

Portanto, para calcular as raízes de uma equação do segundo grau, primeiramente calcule o valor numérico de  $\Delta$ .

Etapa 2: Substitua discriminante e coeficientes na fórmula de Bhaskara

Geralmente a fórmula de Bhaskara é ensinada apenas da seguinte maneira:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

Nessa etapa, basta substituir os valores de  $\Delta$  e dos coeficientes da equação do segundo grau na fórmula acima.

Para essa última etapa, note na fórmula de Bhaskara que existe um sinal “ $\pm$ ”. Esse sinal indica que devem ser realizados dois cálculos. O primeiro para o caso em que o número que o segue seja positivo e o segundo para o caso em que o número que o segue seja negativo.

É comum nomear cada um desses resultados como  $x'$  e  $x''$  ou  $x_1$  e  $x_2$ . Observe:

$$x' = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x'' = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

X' e x'' são as raízes da equação do segundo grau pela fórmula de Bhaskara

Exemplos

Exemplo 1 – Calcule as raízes da equação  $x^2 + 12x - 13 = 0$ .

Utilizando a fórmula de Bhaskara, separe os coeficientes da equação e realize o primeiro passo.

$$a = 1, b = 12 \text{ e } c = -13$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-13)$$

$$\Delta = 144 + 52$$

$$\Delta = 196$$

Tendo em mãos o valor de  $\Delta$ , realize o segundo passo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-12 \pm \sqrt{196}}{2 \cdot 1}$$

$$x = \frac{-12 \pm 14}{2}$$

Por fim, realize o terceiro passo para encontrar as raízes da equação do segundo grau.

$$x' = \frac{-12 + 14}{2}$$

$$x' = \frac{2}{2}$$

$$x' = 1$$

$$x'' = \frac{-12 - 14}{2}$$

$$x'' = \frac{-26}{2}$$

$$x'' = -13$$

Portanto, as raízes da equação  $x^2 + 12x - 13 = 0$  são 1 e -13.

Exemplo 2 – Calcule as raízes da equação  $2x^2 - 16x - 18 = 0$

Utilizando a fórmula de Bhaskara, separe os coeficientes da equação e realize o primeiro passo.

$$a = 2, b = -16 \text{ e } c = -18$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-16)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-18)$$

$$\Delta = 256 + 144$$

$$\Delta = 400$$

Tendo em mãos o valor de  $\Delta$ , realize o segundo passo:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot a}$$

$$x = \frac{-(-16) \pm \sqrt{400}}{2 \cdot 2}$$

$$x = \frac{16 \pm 20}{4}$$

Por fim, realize o terceiro passo para encontrar as raízes da equação do segundo grau:

$$x' = \frac{16 + 20}{4}$$

$$x' = \frac{36}{4}$$

$$x' = 9$$

$$x'' = \frac{16 - 20}{4}$$

$$x'' = \frac{-4}{4}$$

$$x'' = -1$$

Portanto, as raízes da equação  $2x^2 - 16x - 18 = 0$  são 9 e -1.

O que é o EJA (Educação Para Jovens e Adultos)?

Para entender de fato o que é o EJA (Educação Para Jovens e Adultos), é importante compreender como funciona a modalidade de ensino, bem como o público-alvo, as matérias que compõem a grade e a forma de fazer matrícula. Esclareça as suas dúvidas nos tópicos a seguir.

Quem pode fazer?

Por ser um programa destinado às pessoas que não conseguiram concluir o ensino básico no tempo certo, o EJA (Educação para Jovens e Adultos) possui algumas regras sobre quem pode ou não se matricular.